非線形材料の落とし穴

材料定義の真実

非常に重要：密度、質量密度の真実☆彡

ひずみエネルギー密度関数の真実

どの領域のデータが有効か？　すべての領域を使うことが混乱を招く。

粘弾性定義の真実

どこまで細かく

粘弾性データの効果、効力は・・

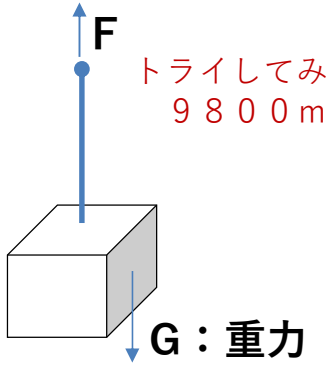
ポアソン比、体積弾性率、質量密度

誤解：質量密度と密度、重力との関係

粘弾性、動解析にはいろいろな誤解があります。

1）**応力緩和、クリープ、ゴム毬のバウンド・・・、同じデータで解析可能**です。
2）**固有値解析、周波数解析など**ソフトにより異なりますが、**粘弾性定義が無効化**されます。
⇒**固有値解析は対応方法はあり**ます。ノウハウを知りたい方は問い合わせフォームで・・・。

重要：密度、質量密度の真実☆彡
よく見かける光景です・・・密度はton・・・



トライしてみてください、１ｋｇの物体に
９８００mm/Sec^{2}下では、解析で１ｋｇにならないかも・・・

最近見つけた試料で

	長さ	時間	質量	質量密度
SI単位系	mm	s	t	t/mm^3

本来は、地球の場合と月の場合で本質的な重力を考慮するための単位で
水１L⇒１ｋｇ⇒密度１×１０$^{-3}$kg/cm３⇒・・・
（一部省略）
重力(9800mm/Sec^2）で割って、１.０N・Sec^2/mm^4　です。

※このことにより地球、月での重力を加えた解析に正解が得られる。なぜ、いきなり“トン“が出てくるのだろう。

解析用

ひずみエネルギー密度関数表現の真実

ひずみエネルギー密度関数はすべての領域を精度よく表現できるほど
万能ではないため、優先順位をつけて製品ターゲットでデータを採るべきです。

簡易版のポイントをまとめたもので、 解析用お役立ち資料 | 寺子屋2018 (terakoya2018.com)
ひずみエネルギー密度関数表現の真実をご参照ください。

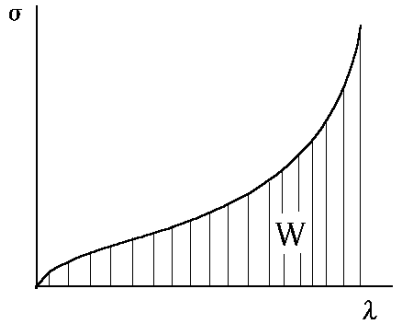


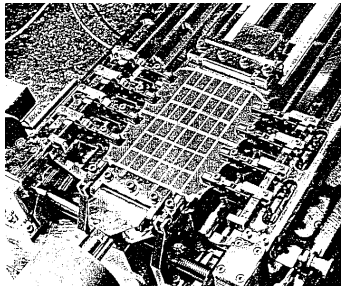
寺子屋/CAE解援隊
連絡先 hagi@terakoya2018.com
080-2230-8785

ひずみエネルギー密度関数について

基本式

エネルギー $W = W(I_1, I_2, I_3)$





伸張試験概要

$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$ ［対角線効果］

$I_2 = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 + \lambda_3^2\lambda_1^2$ ［面積効果］

$I_3 = \lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2 = 1$ ［体積効果］

伸張比 $\lambda = 1 + \varepsilon$ として表現

主な表現式

1）Mooney高次式 $W = C_{10}(I_1-3) + C_{01}(I_2-3) + C_{11}(I_1-3)(I_2-3) + C_{20}(I_1-3)^2 + C_{30}(I_1-3)^3$

2）Ｏｇｄｅｎ $W = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_i}{\alpha_i}\left(\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3\right)$

3）Arruda-Boyce

$$W = nk\theta\left[\frac{1}{2}(I_1-3) + \frac{1}{20N}\left(I_1^2-9\right) + \frac{11}{1050N^2}\left(I_1^3-27\right) + \frac{19}{7000N^3}\left(I_1^4-81\right) + \frac{519}{673750N^4}\left(I_1^5-243\right)\right]$$

製品は、ほとんどが圧縮なのに

材料試験は、なぜ引張試験なのか？

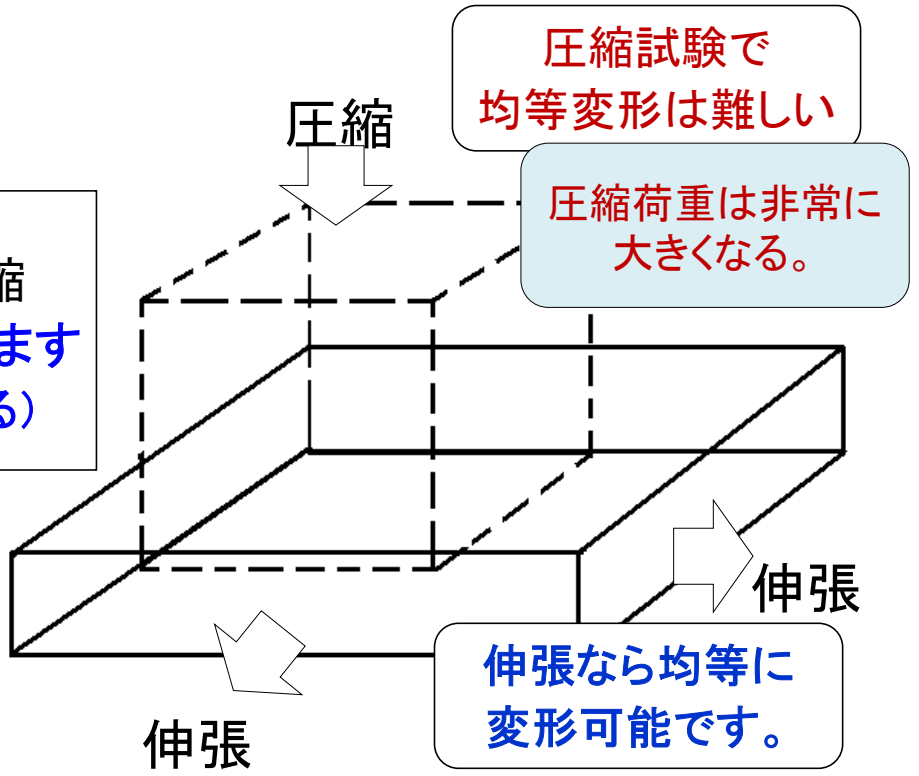
ゴムの非圧縮性

$I_3=\lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2=1$

二方向を引っ張ると、一方が圧縮

エネルギー関数を**明確に定義できます**

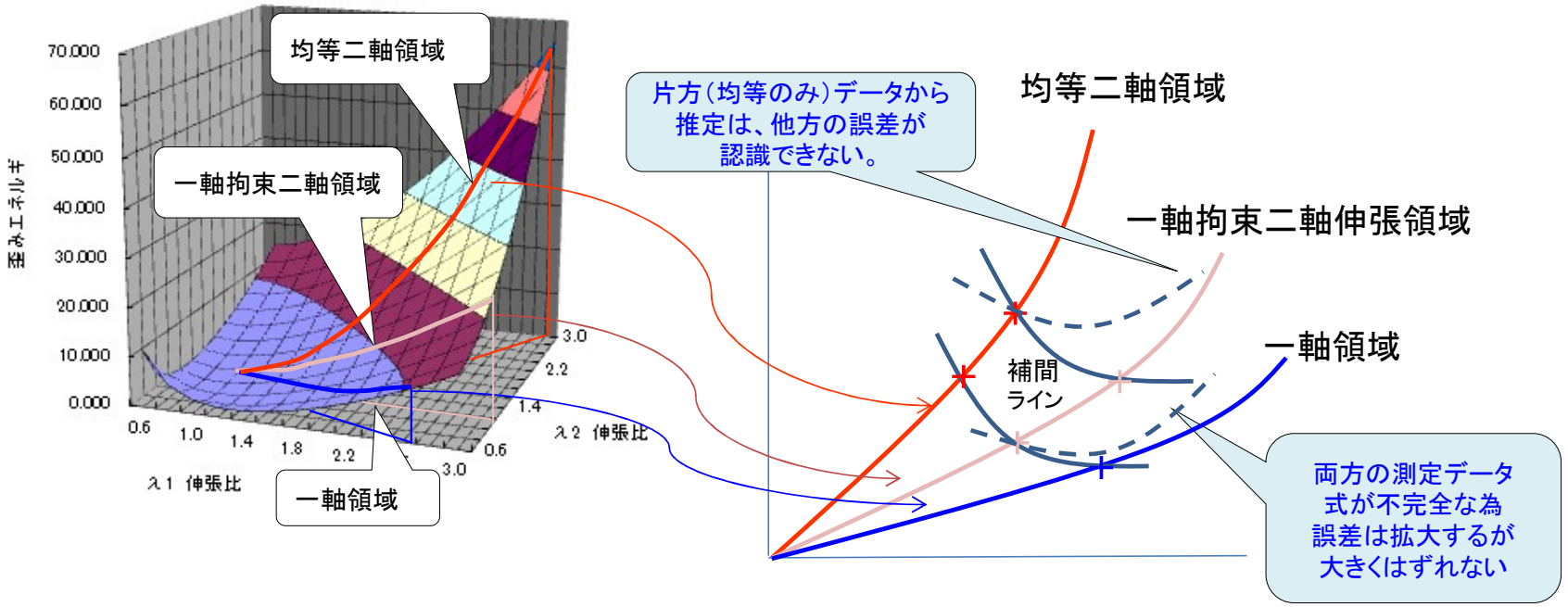
（全ての方向の伸張比λが定義できる）



よく質問を受けますが、どの表現関数を使っても

元のデータが同じなら、解析に予測精度は同等です。式の優劣はありません。

エネルギー関数導出の落とし穴



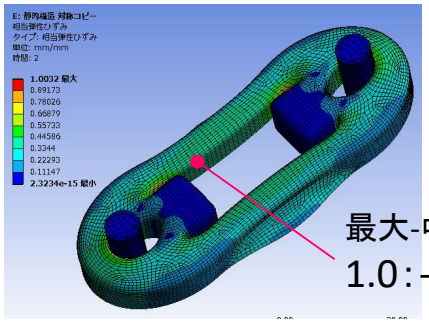
二軸均等伸張データで予測できるのは、風船のような製品
割合は少ない

2方向に均等に伸張する製品は
ゴム製品でも少ない
⇒ あまり**均等二軸伸張の領域データは使用しない**



風船は均等二軸領域

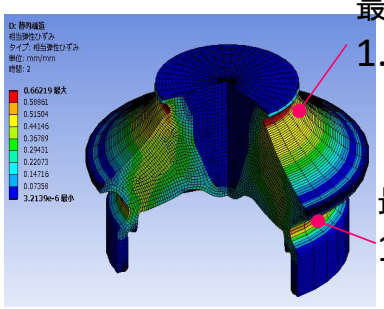
単軸試験が有効



最大-中間-最小
1.0:-0.4:-0.4

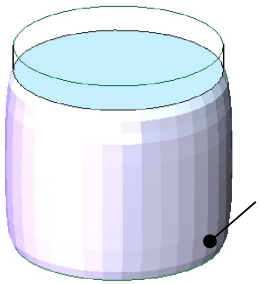
一軸拘束二軸伸張試験が有効な理由

最大-中間-最小主ひずみ成分　をみれば一目瞭然



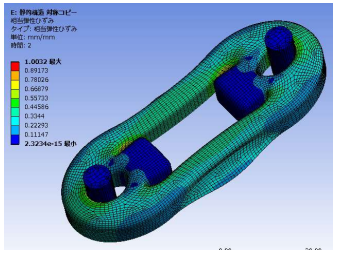
最大-中間-最小
1.0:0.4:-1.0

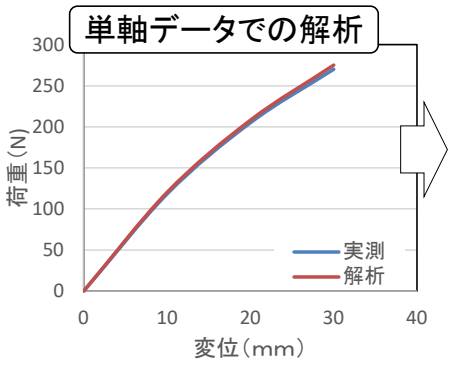
最大-中間-最小
1.0:0.6:-1.4

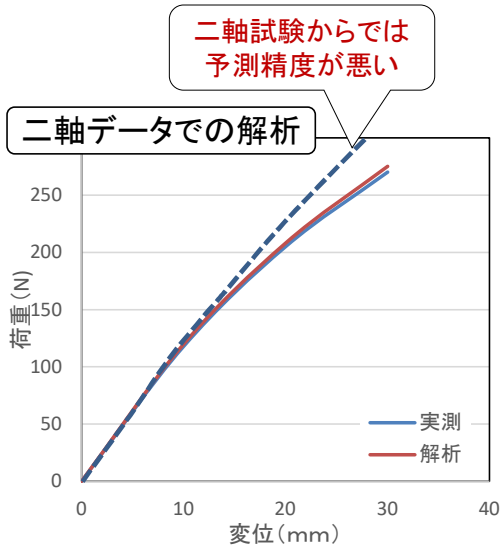


最大-中間-最小
1.0:0.3:-0.7

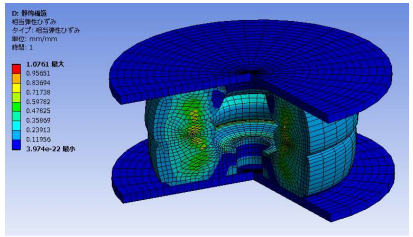
マフラーマウントの変形解析

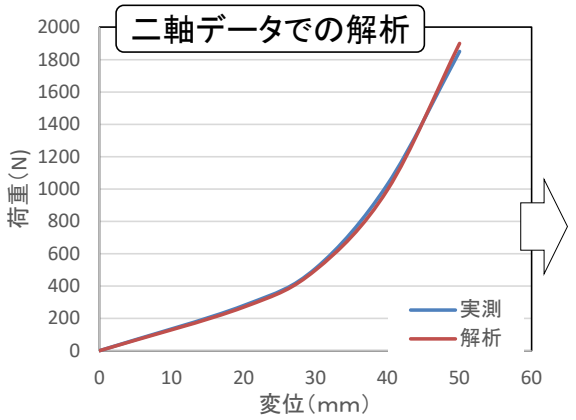


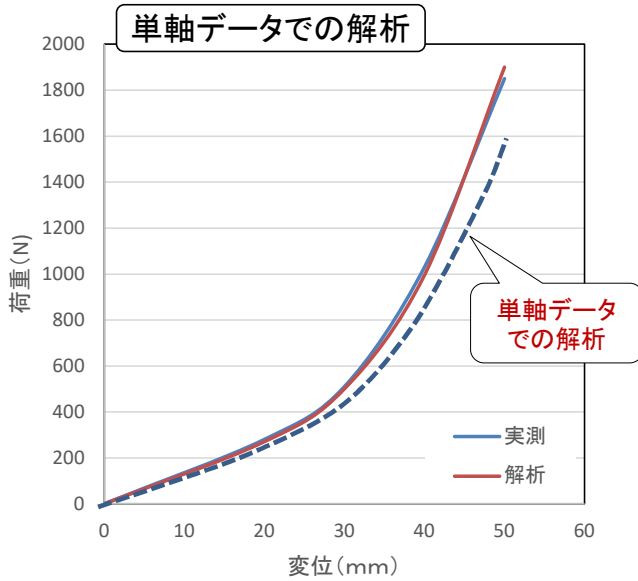




クッションラバーの変形解析

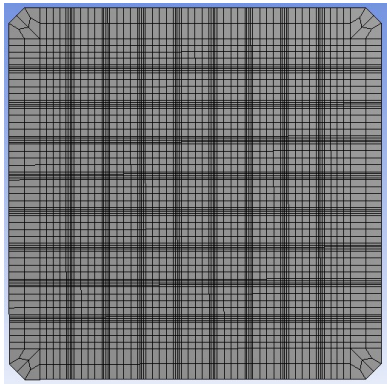




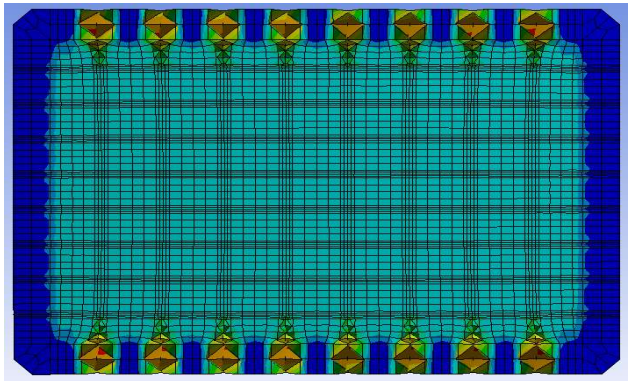


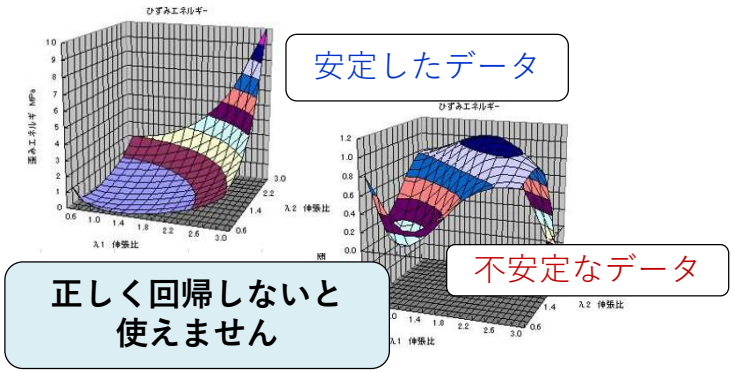
二軸測定時の有効断面の検証

変形前初期形状

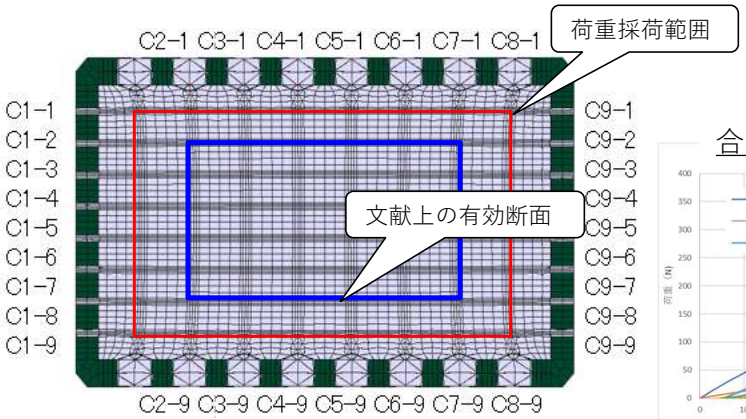


伸張形状（ひずみ表示）

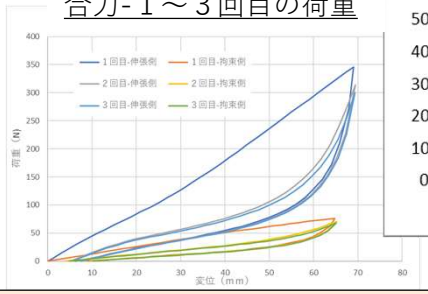




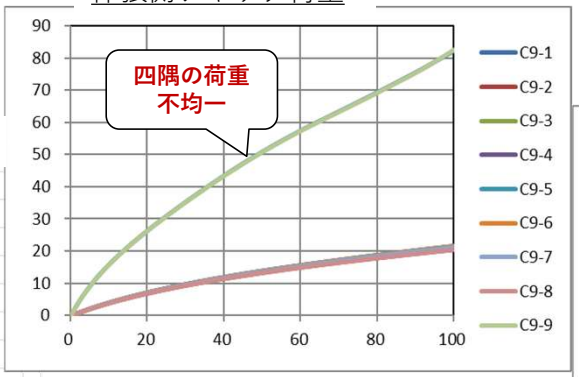
正しく回帰しないと使えません



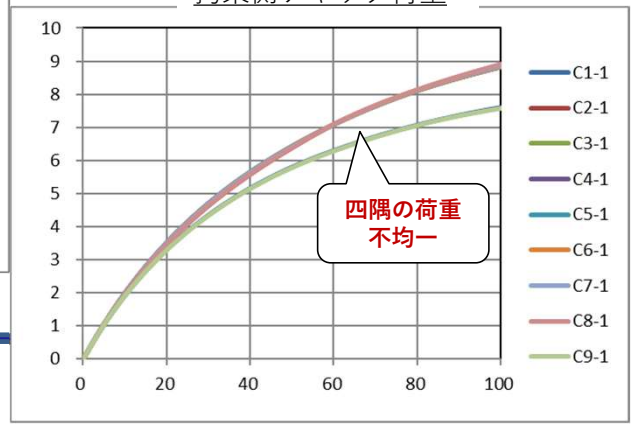
合力-１～３回目の荷重



伸張側チャック荷重



拘束側チャック荷重



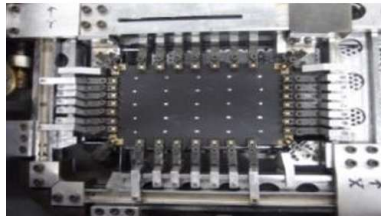
四隅の荷重を採らず、有効断面で処理することが重要です。

二軸試験機の比較と変形について

従来の二軸試験機



サンプル取り付け部



簡易型二軸試験機

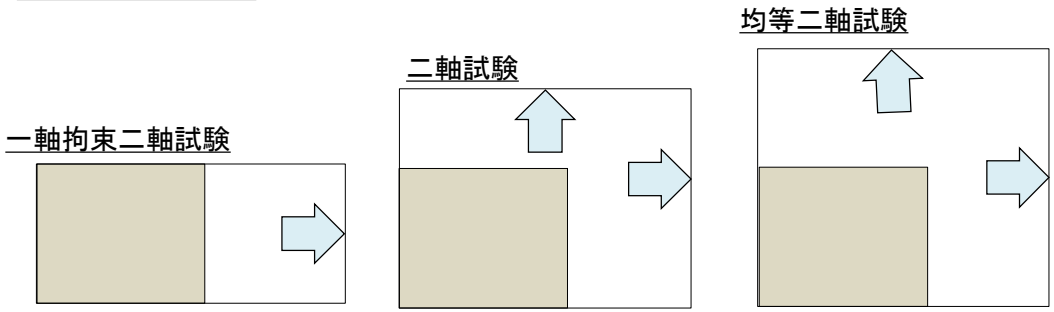


サンプル取り付け部



縦型の為、
治具を使って装着

二軸試験・変形概要



簡易型二軸試験・変形概要

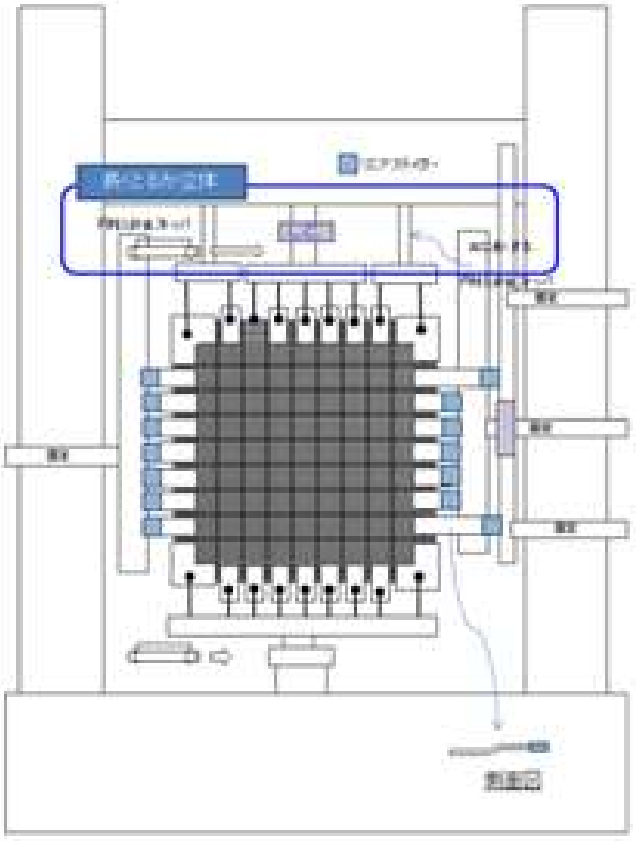


単軸及び純せん断領域の測定ができるため十分
治具の工夫で均等二軸可能

従来型同様、四隅の荷重は外す。

従来の試験機は、横置き型・大型　非常に高価（1千万円程度）**なのに対して4分の1以下の価格で必要な試験ができるため、有効な手段になりうる。**

簡易二軸試験機（単軸試験機へのアタッチメント）



リニアスライダーを利用した
アタッチメント

単軸及び純せん断領域の
測定ができるため十分
治具の工夫で均等二軸可能

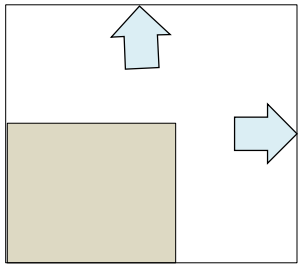
既存の試験機に取り付けることで、試験機購入額の節約可能

リニアスライダー強度を確認、側面に記録用ロードセルを設置
設計＆制作にトライしてみませんか

一軸拘束二軸伸張試験では２本の特性データが必須？

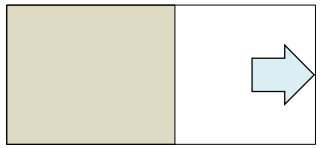
均等二軸試験であれば、2方向同じ
ひずみvs反力となり1本の特性

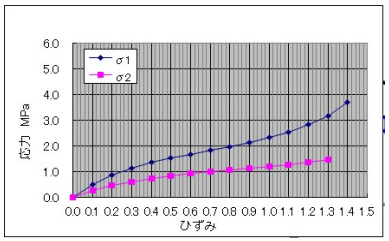
均等二軸試験



一軸拘束二軸伸張試験では、2方向の反力が異なる。

一軸拘束二軸試験



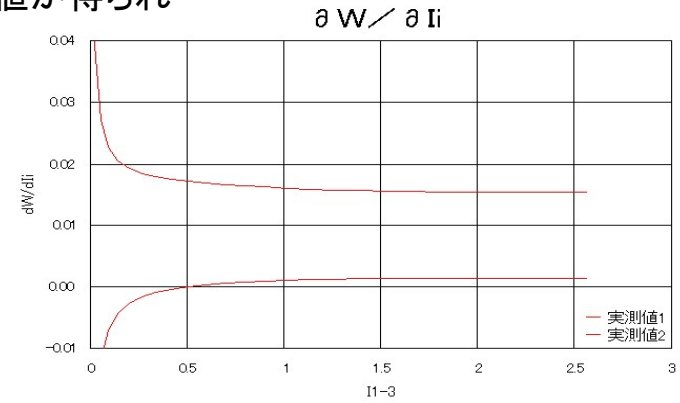


2方向の特性から

$$\frac{\partial W(I_1,I_2)}{\partial I_1}=\frac{1}{2(\lambda_1^2-\lambda_2^2)}\left[\frac{\lambda_1^3\sigma_1}{\lambda_1^2-(\lambda_1\lambda_2)^{-2}}-\frac{\lambda_2^3\sigma_2}{\lambda_2^2-(\lambda_1\lambda_2)^{-2}}\right]$$

$$\frac{\partial W(I_1,I_2)}{\partial I_2}=\frac{1}{2(\lambda_2^2-\lambda_1^2)}\left[\frac{\lambda_1\sigma_1}{\lambda_1^2-(\lambda_1\lambda_2)^{-2}}-\frac{\lambda_2\sigma_2}{\lambda_2^2-(\lambda_1\lambda_2)^{-2}}\right]$$

エネルギーの微分値が得られ



それぞれの微分線図から各係数を回帰で求める。

$$\partial W/\partial I1=C_{10}+C_{11}(I_2-3)+2C_{20}(I_1-3)+3C_{30}(I_1-3)^2$$

$$\partial W/\partial I2=C_{01}+C_{11}(I_1-3)$$

２本の応力ひずみ（伸張比）線図が無いと、すべての係数が特定できない。
ソフトの中でどのような処理がされているかは不明ですが、
EXCEL標準回帰機能**で求めることができます。**

粘弾性解析における失敗しやすい間違いについて

-粘弾性解析定義方法の真実-

２０２１．９．２３．　寺子屋　萩本



寺子屋/CAE解援隊
URL https://terakoya2018.com
連絡先　hagi@terakoya2018.com
080-2230-8785

求めるものは、

粘弾性解析は、**超弾性＋粘弾性緩和係数**で定義します。

実際の解析　下記の2つをセットでつかいます。

超弾性定義　＋　粘弾性解析

（MARCの例）超弾性域

Mooney式

$$W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)+C_{11}(I_1-3)(I_2-3)+C_{20}(I_1-3)^2+C_{30}(I_1-3)^3$$

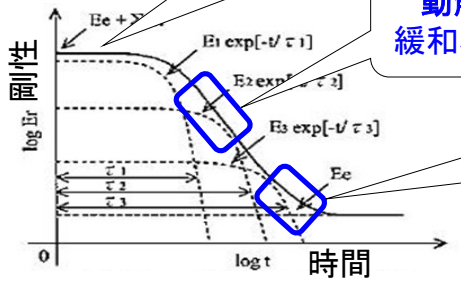
Ogden式

$$W=\sum_{i=1}^{n}\frac{\mu_i}{\alpha_i}(\lambda_1^{\alpha_i}+\lambda_2^{\alpha_i}+\lambda_3^{\alpha_i}-3)$$

$$\sigma(t)=\varepsilon(t)\sum_{i=1}^{N}E_i e^{-t/\tau_i}+\varepsilon(t)E_e$$

粘弾性域

超弾性は緩和前のこの値を採用



動解析領域
緩和小　剛性大

静解析領域
緩和大　剛性小

剛性は対数軸の為
数百倍になることも

粘性域

Viscelmoon/(viscelogd)

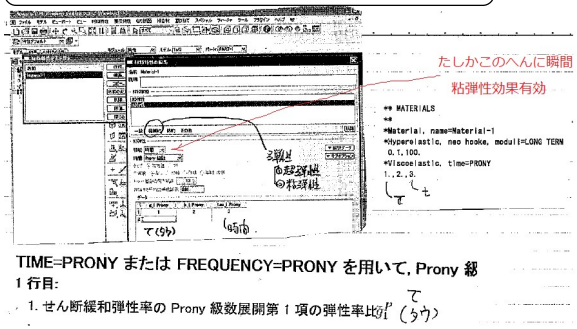
剛性（Ei）	1　8 時間（τ）
0.05000	1.0000e-10
0.35000	1.0000e-08
0.30000	1.0000e-07
0.20000	1.0000e-05
0.02000	1.0000e-01

両方のデータが必要ですが、定義にはコツが必要です。

簡易粘弾性データ定義方法

4）解析と実測が一致するように、粘弾性係数を調整する。

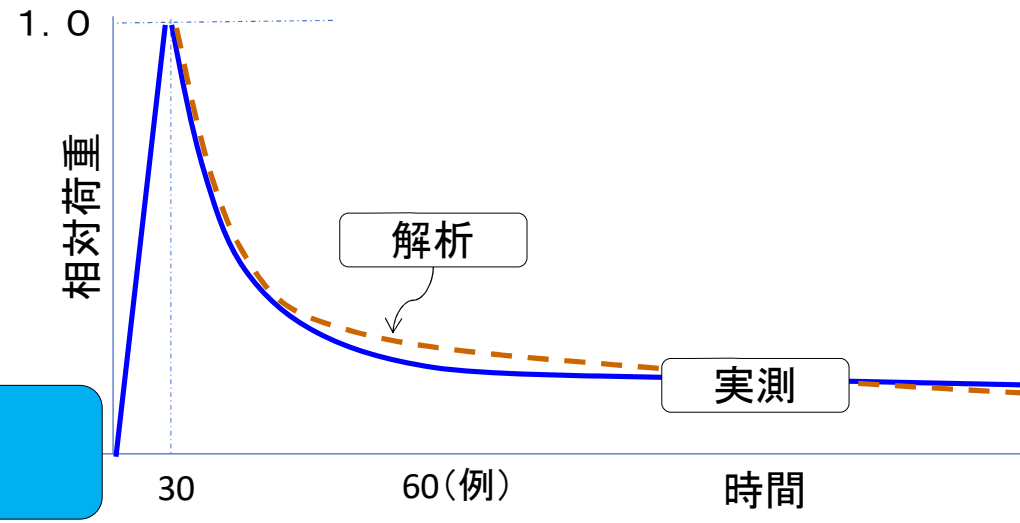
ABAQUS設定時の定義



※必ず定義のこと

粘弾性データ

剛性（Ei）	時間（τ）
1　8	
0.05000	1.0000e-10
0.35000	1.0000e-08
0.30000	1.0000e-07
0.20000	1.0000e-05
0.02000	1.0000e-01
0.03000	1.0000e+01
0.01500	1.0000e+03
0.01200	1.0000e +05



粘弾性係数が決定される

少し苦労しますが、測定で1週間の労力を考えると・・・・

超弾性係数の調整

簡易粘弾性データ定義方法

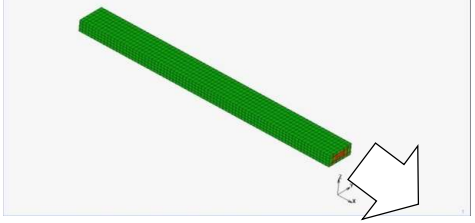
粘弾性解析

超弾性定義（剛性）＋粘弾性定義（緩和）　のため

超弾性データ

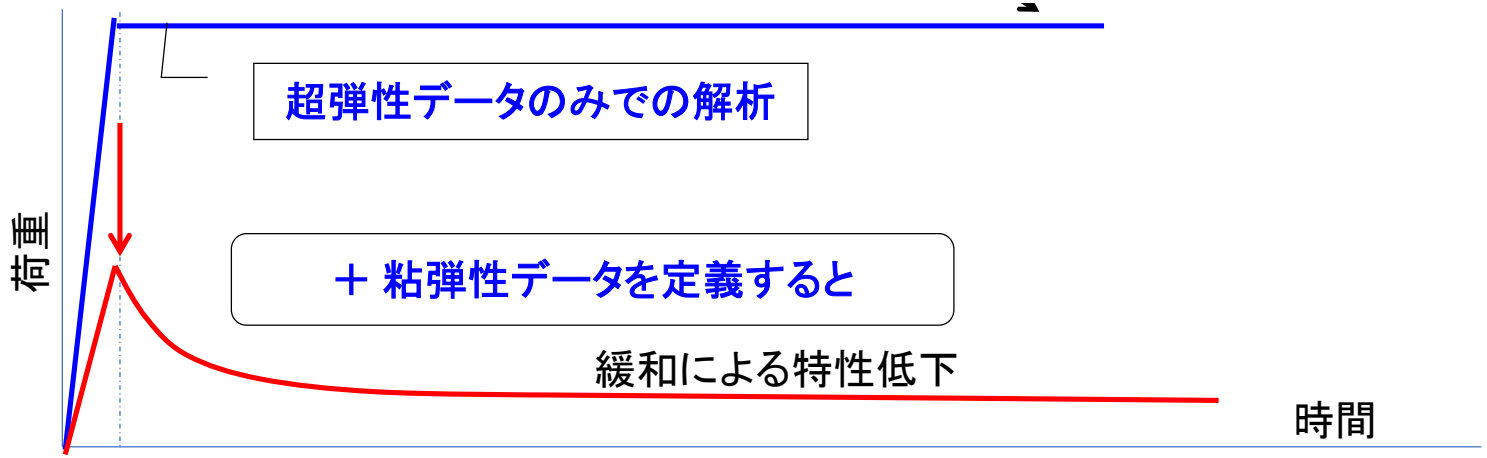
単位：N/mm2

C_{10}	C_{01}	C_{11}	C_{20}	C_{30}
5.6571E-01	-2.0063E-01	1.2288E-01	-1.4594E-01	2.9926E-03



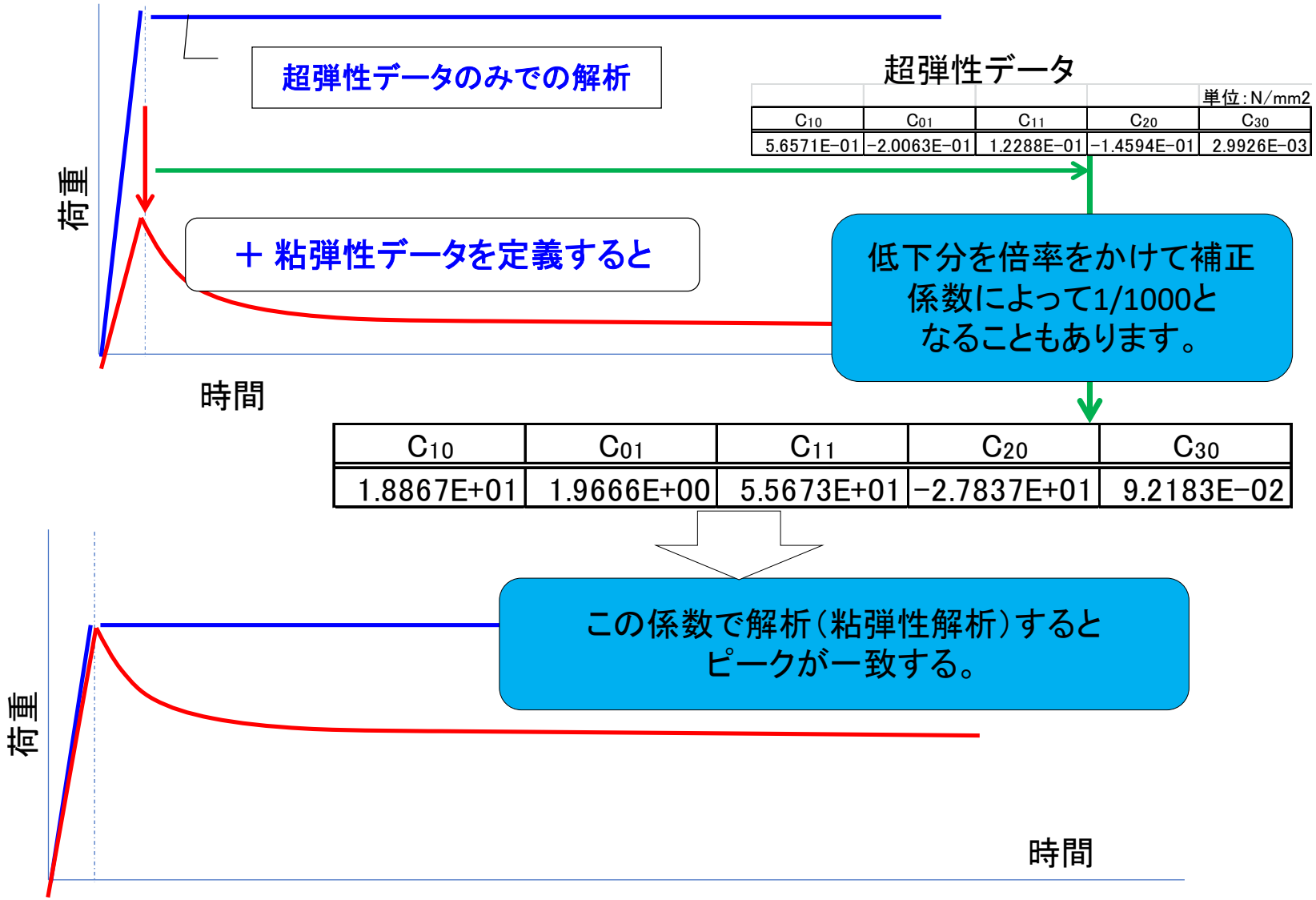
粘弾性データ

```
  1   8
0.05000        1.0000e-10
0.35000        1.0000e-08
0.30000        1.0000e-07
0.20000        1.0000e-05
-       ----------
```



緩和で荷重が低下するため、 これを補正する。

簡易粘弾性データ定義方法



まとめ
＜要約＞

1. 粘弾性解析の定義は、
超弾性定義　＋　粘弾性定義　で解析しますが、それだけではありません。

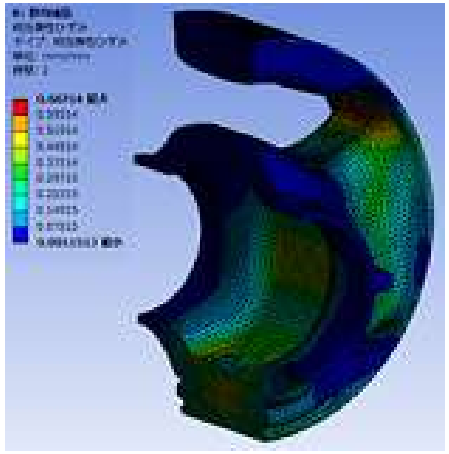
2. 2つの定義方法がありますが、残念ながらどちらも誤差が大きいです。

3. 基本になる超弾性データ、その基本ヤング率
テストピースや測定方法で正確な剛性が求められません。

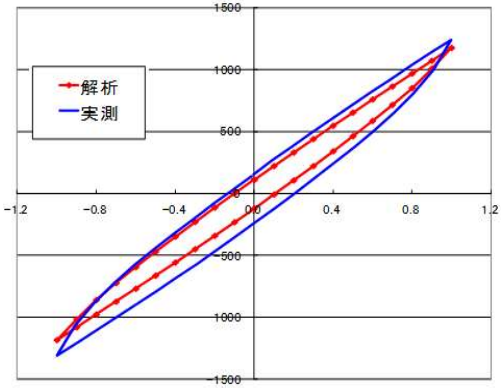
書籍
ゴムのFEM解析　：第１弾　超弾性域　アマゾン販売終了　あと数冊あります。

＊＊もうすぐ、ゴムタイムス様より　第２弾　＋粘弾性（動解析、応力緩和）、熱解析、耐久予測まで
１１月出版予定です。

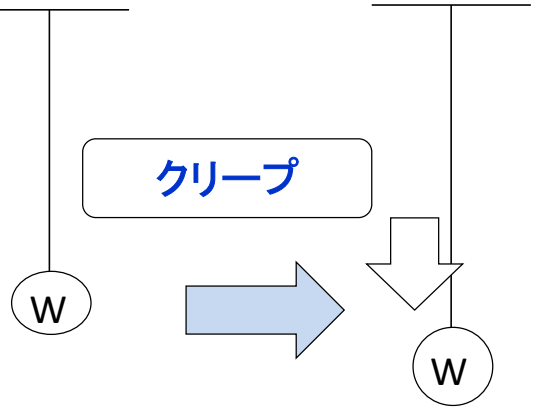
粘弾性データの効果、効力は・・



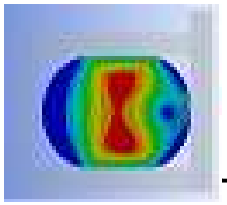
リサージュ波形

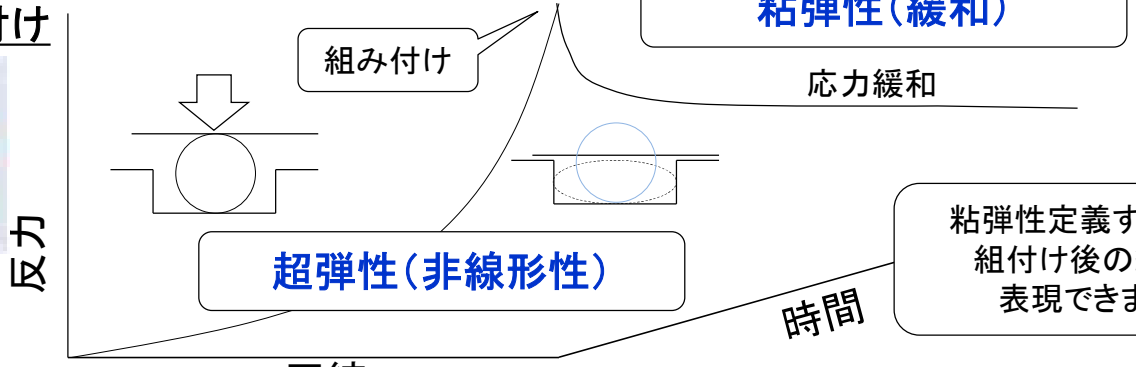


ゴムに重りを・・

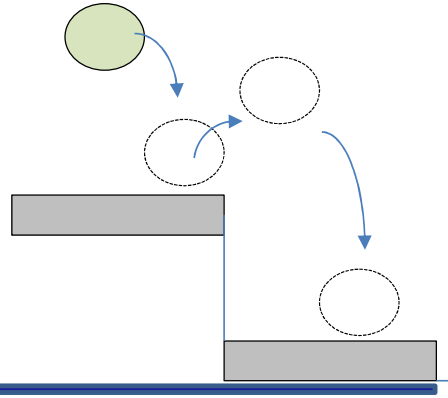


シール組み付け



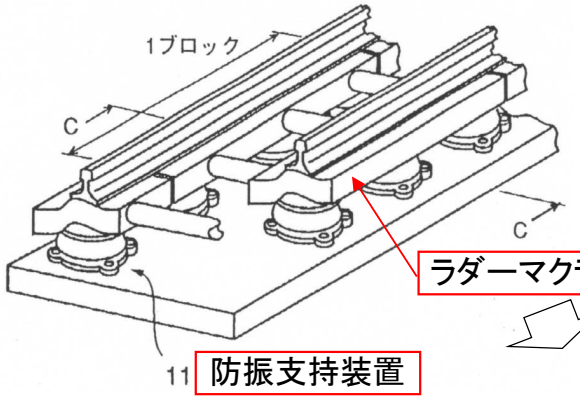


ゴムボール落下

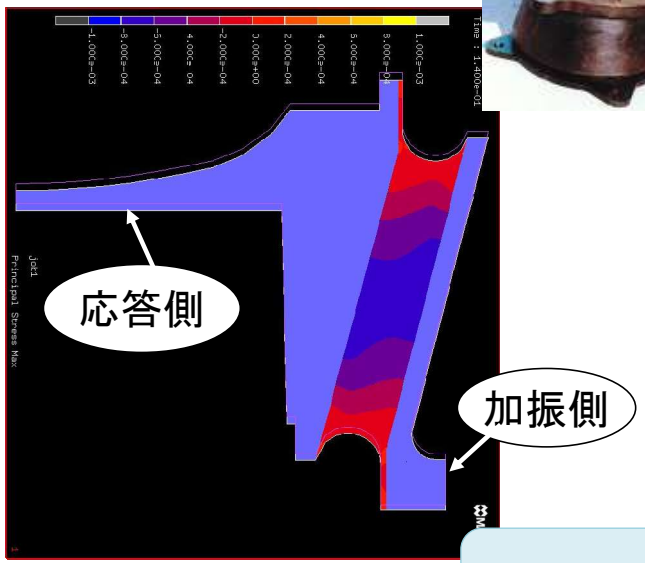


ゴムの固有値は応答解析のピークで・・・

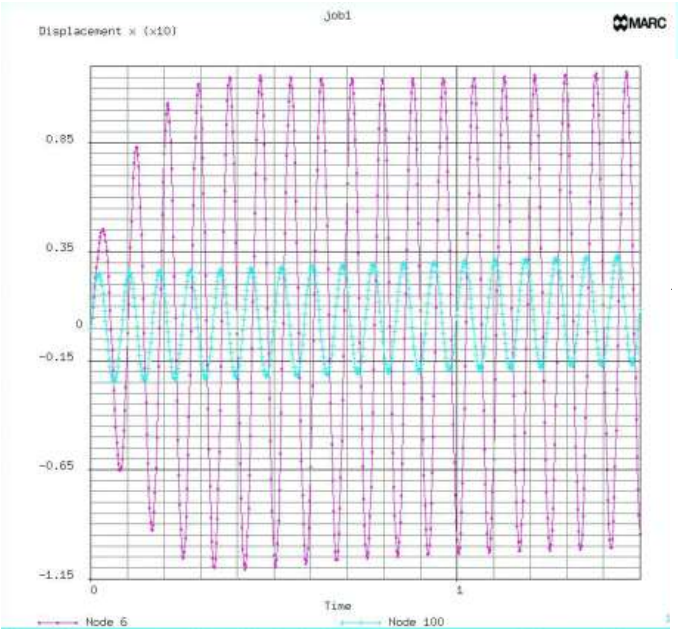
固有値は粘弾性時刻歴応答で、各周波数の応答倍率から求める。



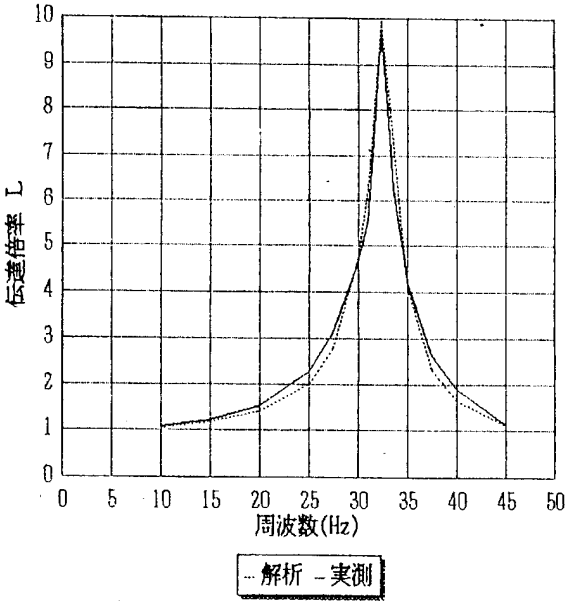




加振側vs.応答側変位



加振-応答倍率（振動特性）



ゴムの固有値は直接粘弾性係数を入れた固有値解析では求められない。

応用編

粘弾性データを入力しても直接固有値正解を求められません。

EXCEL工夫して、**粘弾性データから剛性を予測して定義、直接固有値解析が可能**

1）固有値解析には、粘弾性定義は無効化される。
⇒ 初期剛性にこの効果をあらかじめ付加する。

固有値解析用データ算出
手順）

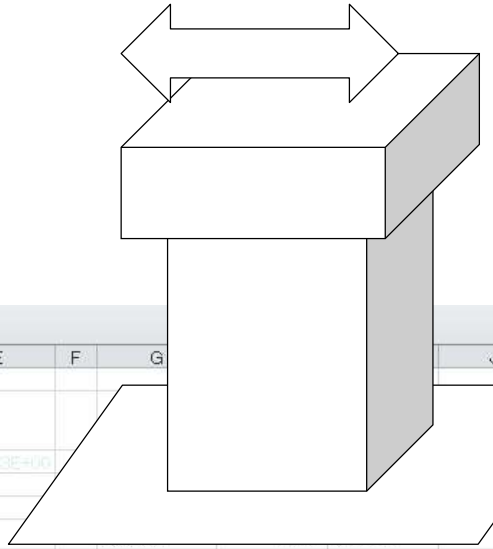
1. ファイルを開き、周波数帯
予測固有値を入力。

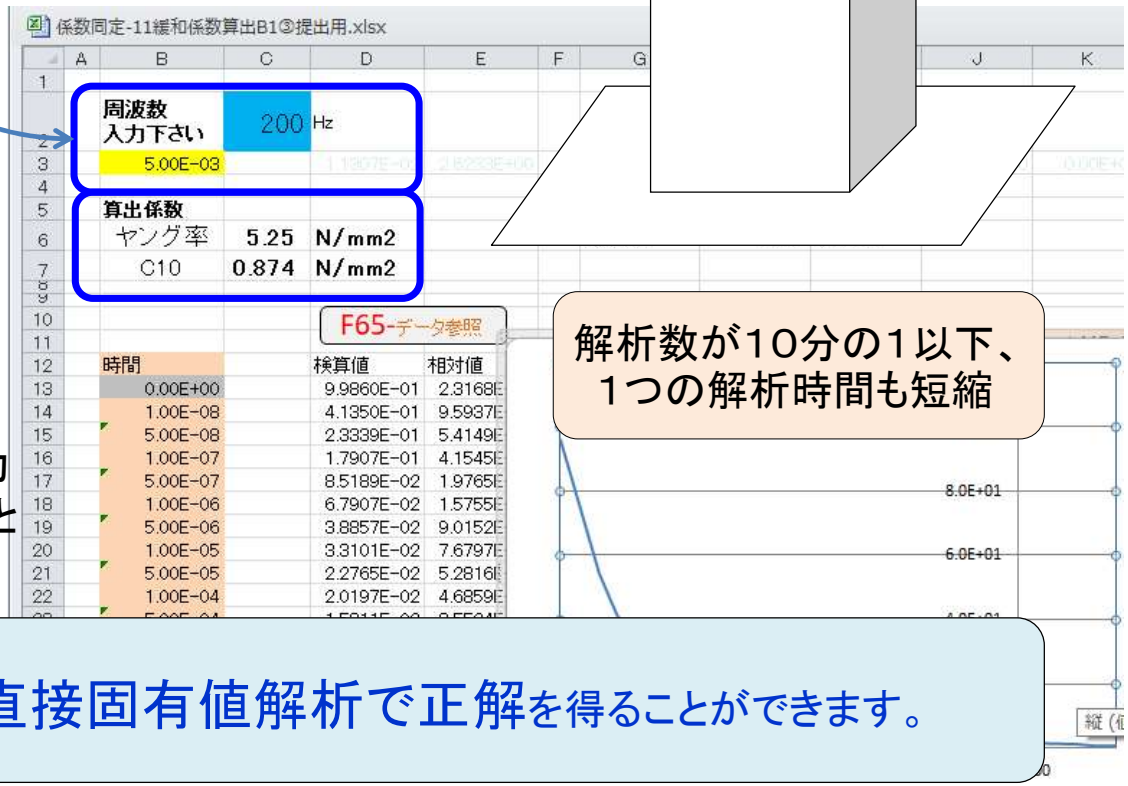
周波数
入力下さい　200 Hz
5.00E-03　1.1307E-02

2. 使用すべき剛性が
算出される。

算出係数
ヤング率　5.25 N/mm2
C10　0.874 N/mm2

3. この値で解析実施。
4. 得られた固有値を1に入力
5. 1～4を3回程度繰り返すと
値が一定になる。 ⇒**正解**



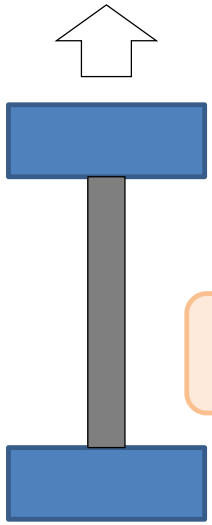


解析数が10分の1以下、
1つの解析時間も短縮

粘弾性係数とEXCELで**直接固有値解析で正解**を得ることができます。

ポアソン比について

ポアソン比

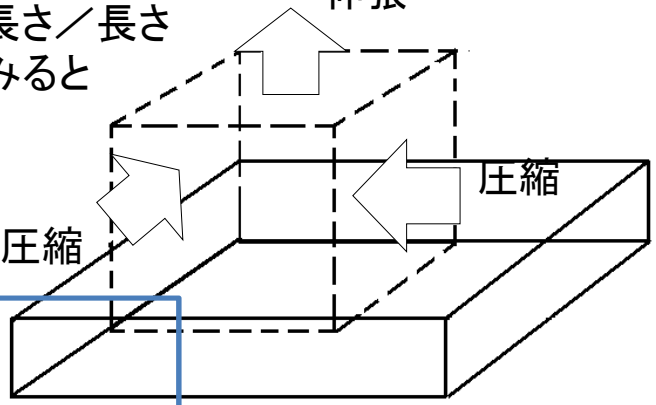


ゴムの体積一定を保ったまま、ポアソン比の式

ポアソン比 $\nu = \dfrac{\Delta幅／幅}{\Delta長さ／長さ}$

で検証してみると

この式から
ですと



λ1を変化させた場合

体積の計算1．0で変化なし

Δ幅/Δ長さ
考え

λ１	λ２	λ３	ポアソン比	I3（非圧縮）
2	0.707	0.707	0.293	1.000
1.1	0.953	0.953	0.465	1.000
1.01	0.995	0.995	0.496	1.000
1.001	1.000	1.000	0.500	1.000

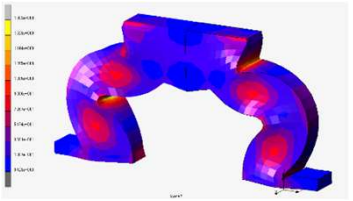
ポアソン比0．５
のはずが、
見かけ上

ヤング率E≠σ/ε と同様、変形の大きさにポアソン比が依存しますが、これも間違いです

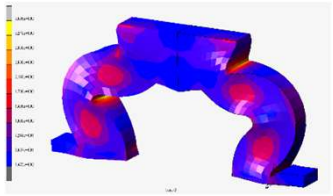
0．４以下は確実に間違いです。

いい加減な材料定義の解析でも形状が合うので勘違い？

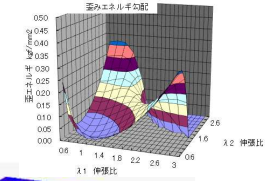
ネオフック
$W=C_{10}(I_1-3)$

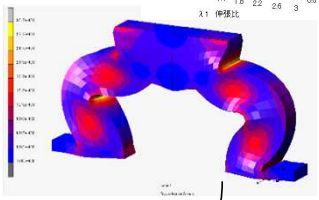


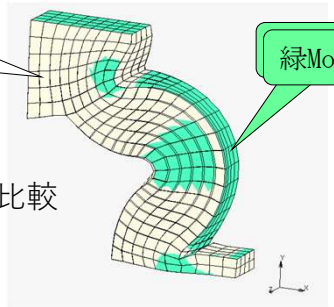
Mooney係数
$W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)+C_{01}(I_1-3)(-I_2-3)$
$+C_{20}(I_1-3)^2+C_{30}(I_1-3)^3$



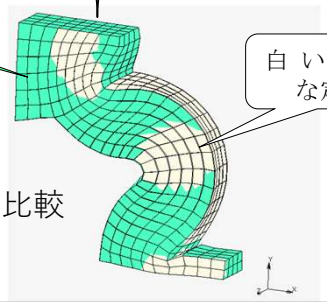
おかしなOgden係数







変形形状比較



変形形状比較

検証に升目を描いて比較する方法を。

間違った定義でも**変形は合う。**

変形が合うので勘違い。

ゴムの変形は非線形材料のため、いい加減な材料定義でも形状が実験と一致します。
そのため、材料定義の間違いに気づきにくいことがあります。

体積弾性率とポアソン比の関係

体積弾性率

指定しない場合、自動的に計算されます。

体積項は3つの形式で適用することが可能。

- 第1の形式

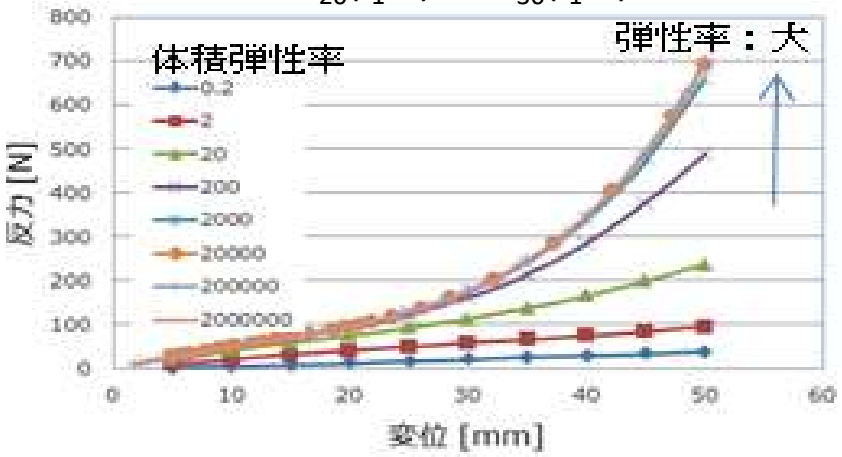
$$W_{volumetric} = \frac{9K}{2}\left(J^{\frac{1}{3}} - 1\right)^2, \qquad J = \lambda^1\lambda^2\lambda^3,\ 体積率を表す。$$

- 体積弾性率Kは、ユーザーが指定しなければプログラムで自動計算する。
  - Mooneyモデル　(C10+C01)×10000
  - Arruda-Boyceモデル　nkθの5000倍
  - Gentモデル　Tensile Modulusの1666.66667倍
  - Ogdenモデル　$2500\Sigma|\mu_n\alpha_n|$

} Nearly Incompressible

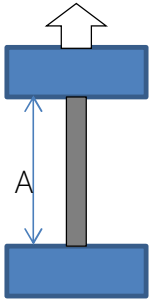
本来、エネルギー密度関数と体積弾性率は別

$= C_{10}(I_1-3) + C_{01}(I_2-3) + C_{11}(I_1-3)(I_2-3) + C_{20}(I_1-3)^2 + C_{30}(I_1-3)^3 + K$



ポアソン比

一般的に伸張（or圧縮）に対する断面積変化



体積弾性率の式にポアソン比（体積変化）の項が入ってくるが、本来、因果関係はない。

⇒　簡易的に上記式で表現しているのみ

ポアソン比は体積変化
体積弾性率は剛性、直接の関係なし

ひずみエネルギー密度関数と
体積弾性率も直接の関係ないが変化する