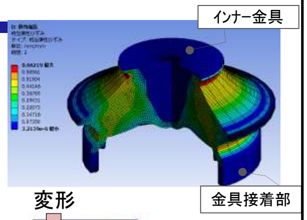
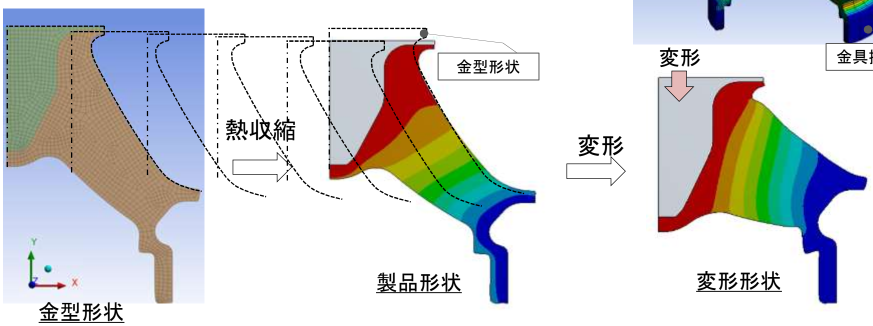
ゴムのＦＥＭ解析　基本フロー

ゴム単製品は、そのまま変形解析を行えばいいですが、
金具接着タイプは、熱収縮解析が必須だと考えます。



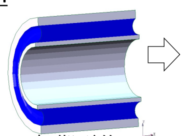


製品の加工工程を考慮することは、ゴム製品のみではなくすべての製品に当てはまります。
金型形状　⇒（熱履歴）熱収縮　⇒　変形解析　の手順を守ることで、
解析による**予測精度を格段に向上**させることができます。

1

ゴム製品の解析では、

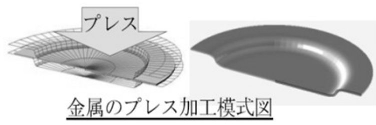
BUSH



初期形状
（金型取出し160℃）

室温冷却形状
（室温放置25℃）

絞り形状
（25℃、ひずみ緩和）

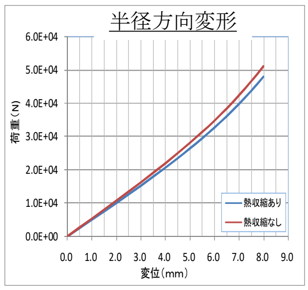


金属のプレス加工模式図

1）軸方向と半径方向の特性大小が逆転

2）材料定義では補正できない

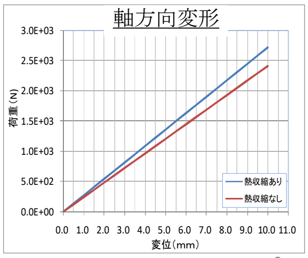
軸方向＋5%補正、
半径方向はよりかい離が激しくなる。



［具体的手順］

図面形状 —熱膨張→ 金型形状

ひずみリセット
初期形状 —変形→ 応力・ひずみ

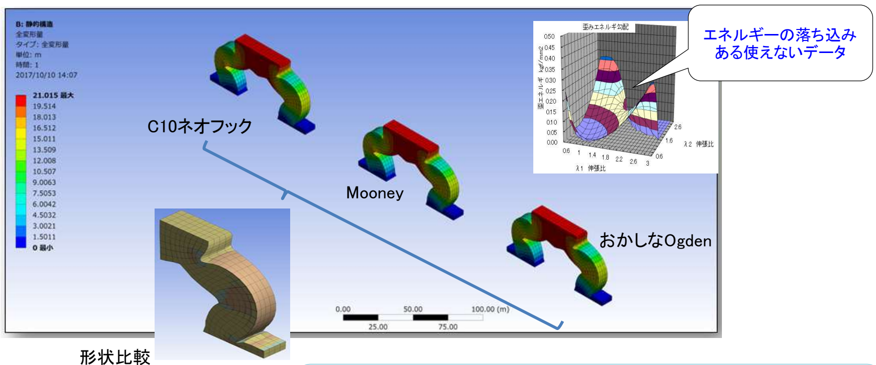


金型形状を初期形状として、熱収縮から
変形解析への熱-応力連成解析とすることが基本。

精度が格段に向上

2

非圧縮性ゆえの変形図が同じになる（防舷材）



形状比較
形状は薄皮一枚の違い

ひどい材料係数を使っても
変位条件での変形は、ほぼ同じ
⇒これが勘違いを生む.

特性が全く異なっても変形形状はほぼ一致。

⇒ 形状が一致したから予測が合っているという過ち。
このような形状は、材料がいい加減でも形状はよく合う。

これらのことを理解するのみで精度は格段に向上する。

© 2022 Terakoya All Rights Reserved.

ひずみエネルギー密度関数定義

定義方法

基本式

$W=W(I_1, I_2, I_3)$　　**伸張比 $\lambda=1+\varepsilon$　として表現**

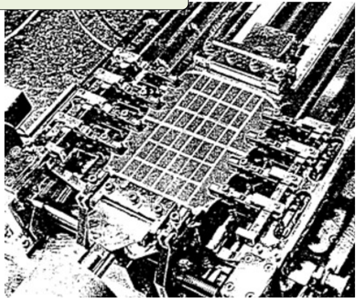
テンソルとして、

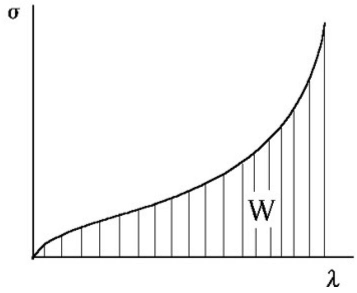
$I_1=\lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2$　　[対角線効果]

$I_2=\lambda_1^2\lambda_2^2+\lambda_2^2\lambda_3^2+\lambda_3^2\lambda_1^2$　　[面積効果]

$I_3=\lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2=1$　　[体積効果]

基本は単軸と同じ、へたり補正



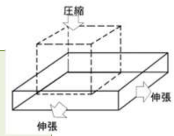


ひずみエネルギー密度関数定義

ひずみエネルギー密度関数　様々な表現式

$I_1=\lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2$　［対角線効果］
$I_2=\lambda_1^2\lambda_2^2+\lambda_2^2\lambda_3^2+\lambda_3^2\lambda_1^2$　［面積効果］
$I_3=\lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2=1$　［体積効果］

※I3=1は非圧縮性
最近、紛らわしい論文（圧縮性を示す誤り）



1）Neo-Hookeanモデル

$$W=C_{10}(I_1-3)$$

2）Mooney−Rivlin

$$W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)$$

3）Mooney高次式

$$W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)+C_{11}(I_1-3)(I_2-3)+C_{20}(I_1-3)^2+C_{30}(I_1-3)^3$$

4）Ｏｇｄｅｎ

$$W=\Sigma\frac{\mu_i}{\alpha_i}\left(\lambda_1^{\alpha_i}+\lambda_2^{\alpha_i}+\lambda_3^{\alpha_i}-3\right)$$

5）Arruda-Boyce

$$W=nk\theta\left[\frac{1}{2}(I_1-3)+\frac{1}{20N}\left(I_1^2-9\right)+\frac{11}{1050N^2}\left(I_1^3-27\right)+\frac{19}{7000N^3}\left(I_1^4-81\right)+\frac{519}{673750N^4}\left(I_1^5-243\right)\right]$$

一般的にこれら定義で
解析予測精度が良いと言われる。

5

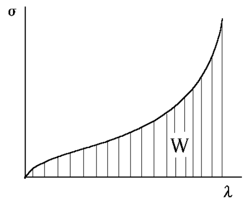
へたり考慮で十分予測精度アップ

ひずみエネルギー密度関数定義

ひずみエネルギー密度関数の表現式

$$W=W(I_1,I_2,I_3)$$

$I_1=\lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2$　［対角線効果］
$I_2=\lambda_1^2\lambda_2^2+\lambda_2^2\lambda_3^2+\lambda_3^2\lambda_1^2$　［面積効果］
$I_3=\lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2=1$　［体積効果］



1）Neo-Hookeanモデル

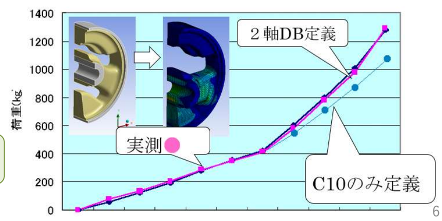
$W=C_{10}(I_1-3)$　・・・　最も単純な材料表現

$C_{10}=E/6$　の関係

エネルギー関数定義すると
非常に精度上がりますが、
基本のヤング率=6C10でも
ある程度の精度アップします。

根本的な問題は、

ハの字型マウントの特性予測解析

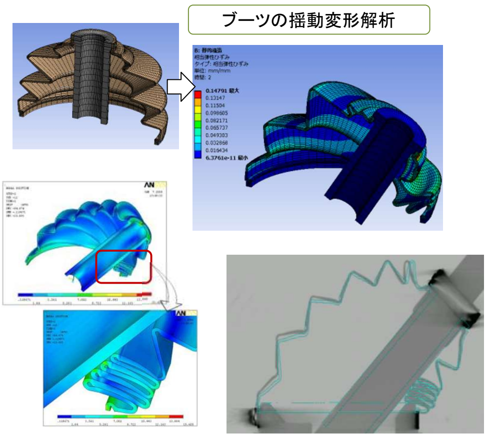


6

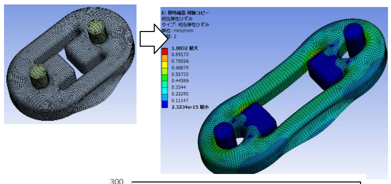
ひずみエネルギー密度関数定義

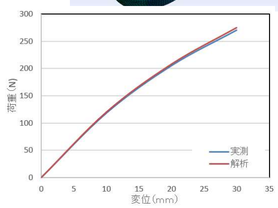
解析例　**-定義及び解析の注意点を守れば簡単に精度がアップする**

ブーツの揺動変形解析



マフラーマウントの変形解析

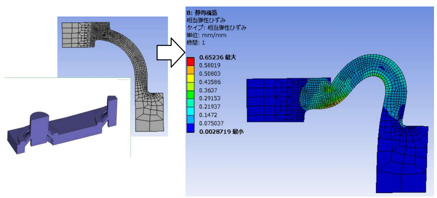


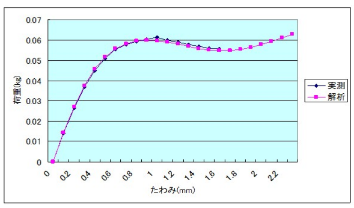


実測と解析予測が良く一致(良好)

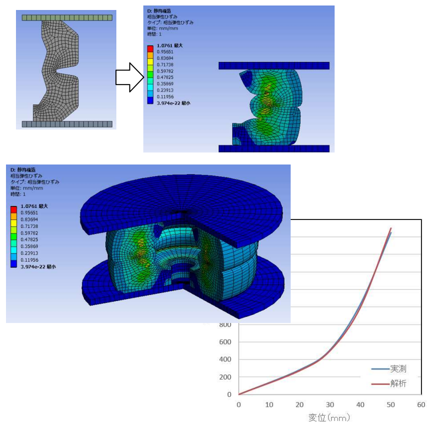
解析例 定義及び解析の注意点を守れば簡単に精度がアップする

ラバーコンタクト変形解析





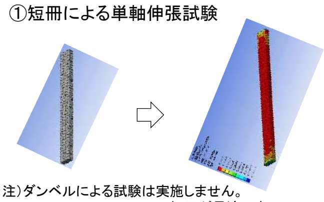
ラバースプリングの変形解析



実測と解析予測が良く一致(良好)

新規縦型の簡易二軸試験機が有効な理由

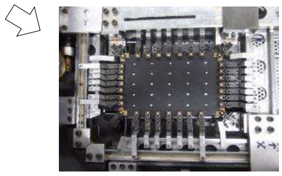
①短冊による単軸伸張試験

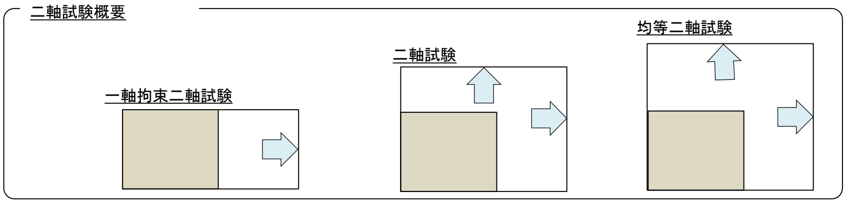


注）ダンベルによる試験は実施しません。
短冊が最適です。

②一軸拘束二軸伸張試験

注）製品予測のため、
この変形を推奨しています。





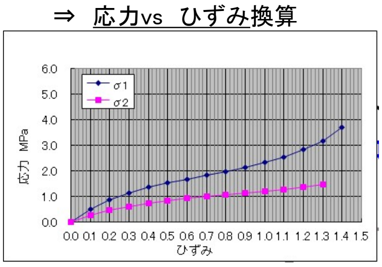
よく聞かれる話ですが、単軸、一軸拘束二軸伸張（純せん断）、均等二軸のすべてのデータを使うと精度が上がります。
嘘ではありませんが、かなり課題が大きいです。

9

ひずみエネルギー密度関数の回帰方法

Moonetを例に、 荷重、変位から変換

測定した荷重vs変位
⇒ 応力vs ひずみ換算



※共に有効断面がポイントで、
どちらも同じ結果

$$\sigma_1 = \frac{2}{\lambda_1}\left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2\lambda_2^2}\right)\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_2^2\frac{\partial W}{\partial I_2}\right)$$

$$\sigma_2 = \frac{2}{\lambda_2}\left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_1^2\lambda_2^2}\right)\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^2\frac{\partial W}{\partial I_2}\right)$$

$$\sigma_3 = 0$$

⇩

$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_1} = \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}\left[\frac{\lambda_1^3\sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1\lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2^3\sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1\lambda_2)^{-2}}\right]$$

$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_2} = \frac{1}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)}\left[\frac{\lambda_1\sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1\lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2\sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1\lambda_2)^{-2}}\right]$$

10

ひずみエネルギー密度関数の回帰方法

Mooney高次モデルの定義

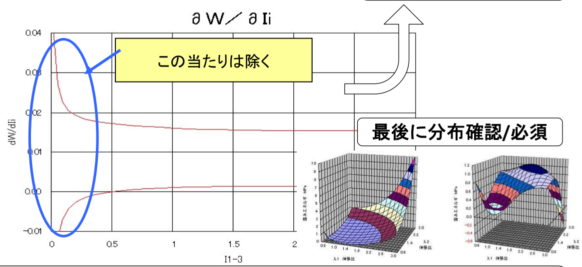
$$W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)+C_{11}(I_1-3)(I_2-3)+C_{20}(I_1-3)^2+C_{30}(I_1-3)^3$$

$$\frac{\partial W(I_1,I_2)}{\partial I_1}=\frac{1}{2(\lambda_1^2-\lambda_2^2)}\left[\frac{\lambda_1^3\sigma_1}{\lambda_1^2-(\lambda_1\lambda_2)^{-2}}-\frac{\lambda_2^3\sigma_2}{\lambda_2^2-(\lambda_1\lambda_2)^{-2}}\right] \Rightarrow =C_{10}+C_{11}(I_2-3)+2C_{20}(I_1-3)+3C_{30}(I_1-3)^2$$

$$\frac{\partial W(I_1,I_2)}{\partial I_2}=\frac{1}{2(\lambda_2^2-\lambda_1^2)}\left[\frac{\lambda_1\sigma_1}{\lambda_1^2-(\lambda_1\lambda_2)^{-2}}-\frac{\lambda_2\sigma_2}{\lambda_2^2-(\lambda_1\lambda_2)^{-2}}\right] \Rightarrow =C_{01}+C_{11}(I_1-3)$$

EXCELの回帰機能で係数をもとめるられる。

実測からプロット（赤線）



最後に分布確認/必須

二軸試験機の実習から回帰のご指導承ります。

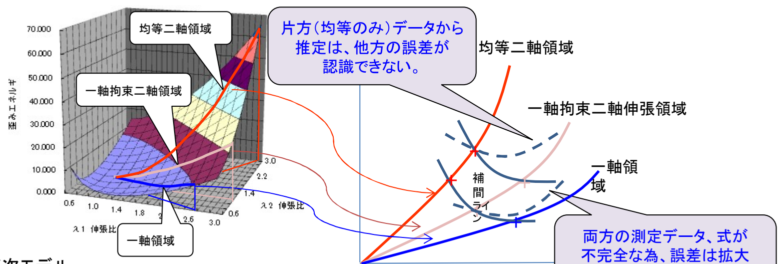
全ての係数を特定するには2方向のデータ（伸張側と拘束側）が必須ですが、ソフトの回帰機能は（伸張側の）1方向データで回帰可能、何らかの前提を取り入れるか？　優秀な機能かもしれません。

11

エネルギー関数導出の落とし穴

新規縦型の簡易二軸試験機が有効な理由

良く、単軸、一軸拘束二軸伸張（純せん断）、均等二軸すべてのデータを入力すると精度が上がるといいますが、間違いではありませんがこれらの式ですべての面をすべて精度よく表現できるでしょうか。難しいです、１つの領域でも表現できないのに・・・。



1）Mooney高次モデル

$$W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)+C_{11}(I_1-3)(I_2-3)+C_{20}(I_1-3)^2+C_{30}(I_1-3)^3$$

2）Ogdenデル

$$W=\sum_{i=1}^{n}\frac{\mu_i}{\alpha_i}(\lambda_1^{\alpha_i}+\lambda_2^{\alpha_i}+\lambda_3^{\alpha_i}-3)$$

一つの領域から求めたエネルギーは、他方の誤差核拡大の可能性あり。
双方の領域から得られたデータは、式が不完全なため双方の誤差拡大。
→ 製品のターゲットに合せたエネルギーデータ収集

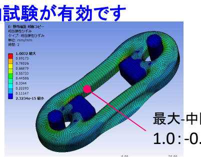
12

エネルギー関数導出の落とし穴

二軸均等伸張データで予測できるのは、風船のような製品

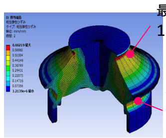
2方向に均等に伸張する製品は
ゴム製品でも少ない
⇒ **均等二軸伸張の領域データは不要**

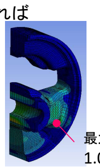
単軸試験が有効です

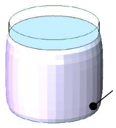


二軸試験で一軸拘束二軸伸張試験が有効な理由

最大-中間-最小主ひずみ成分　をみれば





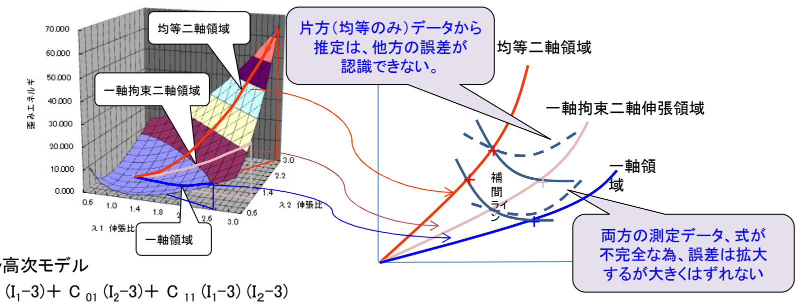


いずれもひずみを確認すればわかるように
均等二軸とよりも純せん断（一軸拘束二軸伸張）、単軸試験が有効です。

エネルギー関数導出の落とし穴

新規縦型の簡易二軸試験機が有効な理由

良く、単軸、一軸拘束二軸伸張（純せん断）、均等二軸すべてのデータを入力すると精度が上がるといいますが、間違いではありませんがこれらの式ですべての面をすべて精度よく表現できるでしょうか。難しいです、１つの領域でも表現できないのに・・・。



1）Mooney高次モデル

$$W = C_{10}(I_1-3) + C_{01}(I_2-3) + C_{11}(I_1-3)(I_2-3) + C_{20}(I_1-3)^2 + C_{30}(I_1-3)^3$$

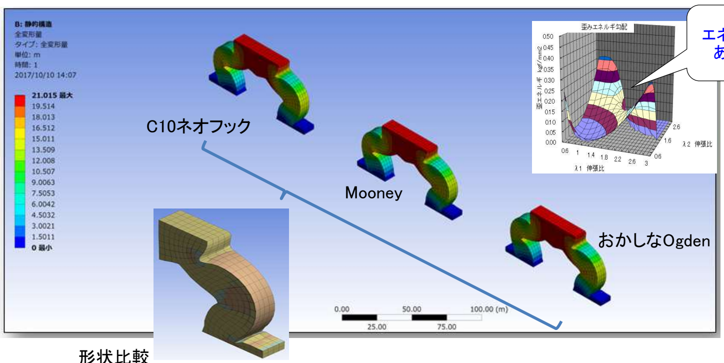
2）Ogdenデル

$$W = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_i}{\alpha_i}(\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3)$$

一つの領域から求めたエネルギーは、他方の誤差核拡大の可能性あり。
双方の領域から得られたデータは、式が不完全なため双方の誤差拡大。
→ 製品のターゲットに合せたエネルギーデータ収集

© 2022 Terakoya All Rights Reserved.

非圧縮性ゆえの変形図が同じになる（防舷材）



形状比較
形状は薄皮一枚の違い

ひどい材料係数を使っても
変位条件での変形は、ほぼ同じ
⇒ これが勘違いを生む.

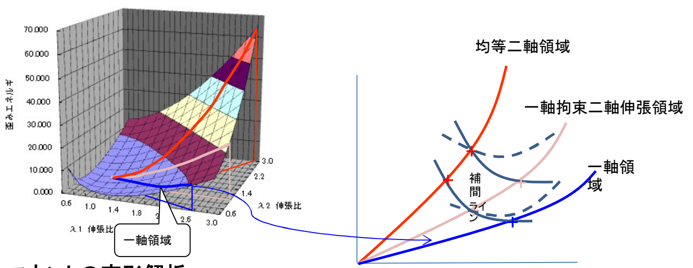
特性が全く異なっても変形形状はほぼ一致。

⇒ 形状が一致したから予測が合っているという過ち。
このような形状は、材料がいい加減でも形状はよく合う。

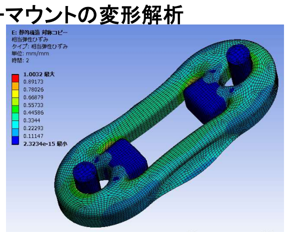
これらのことを理解するのみで精度は格段に向上する。

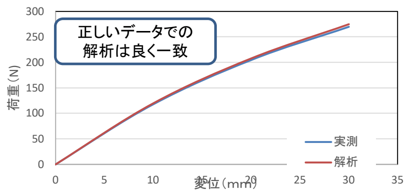
© 2022 Terakoya All Rights Reserved.

エネルギー関数導出の落とし穴



マフラーマウントの変形解析



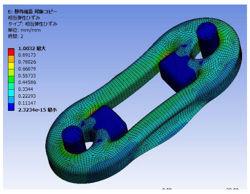


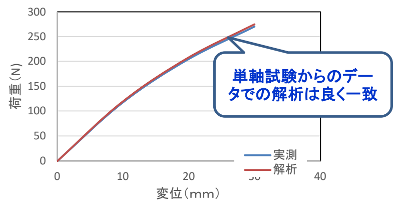
一軸伸張領域データでの予測は、この製品を精度良く表現できる。

© 2022 Terakoya All Rights Reserved.

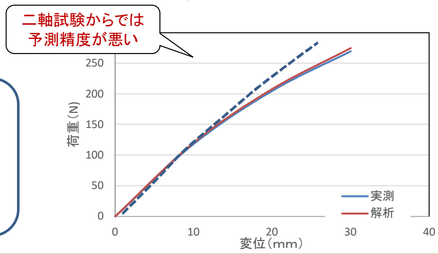
エネルギー関数導出の落とし穴

マフラーマウントの変形解析





一軸拘束二軸伸張領域のデータで解析



この製品は、一方向に伸張
第二、第三方向は圧縮ひずみ

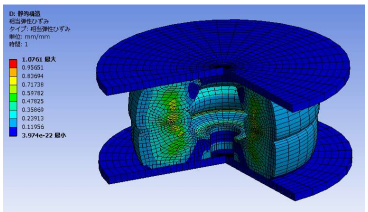
輪ゴムの変形に近く
単軸試験データが有効

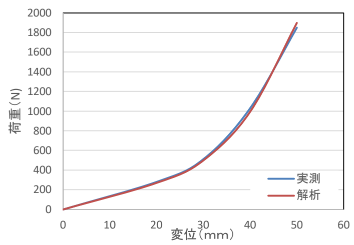
単軸試験からのデータでひずみエネルギー密度関数、適用が良好。

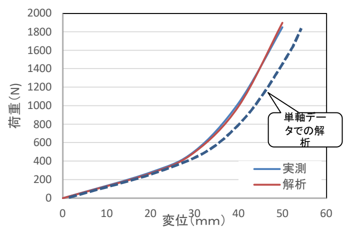
© 2022 Terakoya All Rights Reserved. 17

エネルギー関数導出の落とし穴

クッションラバーの変形解析







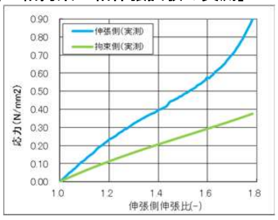
各部のひずみを確認すると、
単軸よりも二軸、それも純せん断のひずみ分布に近い

⇒ 二軸試験、純せん断データが有効
(均等二軸伸張ではありません)

© 2022 Terakoya All Rights Reserved. 18

エネルギー関数導出の落とし穴

［一軸拘束二軸伸張試験の実測］

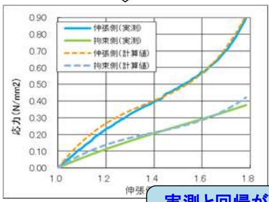


回帰

単位：N/mm2

C_{10}	C_{01}	C_{11}	C_{20}	C_{30}
1.9189E−01	2.6448E−02	−1.0841E−02	−4.8180E−02	3.4297E−02

回帰精度確認



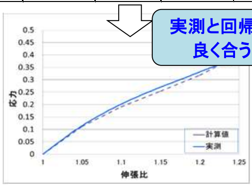
実測と回帰が良く合う

均等二軸伸張試験からの回帰係数

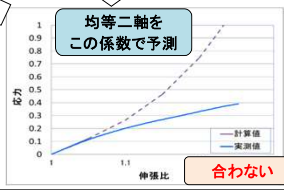
単位：N/mm2

C_{10}	C_{01}	C_{11}	C_{20}	C_{30}
3.0360E−01	−8.5264E−02	1.3040E−01	−3.0036E−01	3.4198E−01

実測と回帰が良く合う



均等二軸をこの係数で予測



合わない

一軸拘束二軸、均等二軸　共通で精度よく回帰することは難しい。

19

ゴムの二軸伸張からひずみエネルギー密度関数定義

1991年から同志社大学で坂口教授のもとで研究スタート、今も勉強中

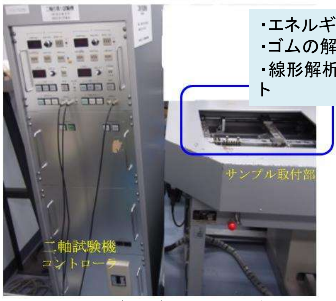
ゴムの二軸伸張試験、承ります。 -ゴムの専門家として解析適用までサポートします。-

二軸伸張試験実施　⇒ひずみエネルギー密度関数（Mooney, Ogden等回帰、係数算出。 25万円～複数割あり

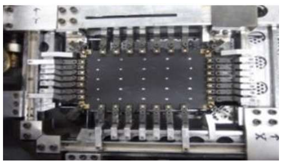
$$W = C_{10}(I_1-3) + C_{01}(I_2-3) + C_{11}(I_1-3)(I_2-3) + C_{20}(I_2-3)^2 + C_{30}(I_2-3)^3$$

Ogden定義も可能です。

・エネルギー関数の真実、注意すべき点
・ゴムの解析への適用方法
・線形解析での間違えやすい点、その他サポート

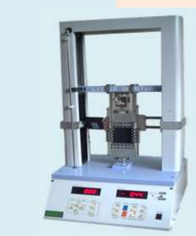


現地（富山）の二軸試験機



サンプル取り付け部

簡易試験機



高さ80cm、重さ30kg

従来の試験機は、横置き型・大型 非常に高価 旧型、富山工業試験場、昭和生まれですがまだまだ現役です。

１日で修得も可能です。二軸伸張試験からエネルギー密度関数回帰/富山or東京近郊

20

お問い合わせリンク
https://terakoya2018.com/question

公共試験場を利用して
ゴムの解析用ひずみエネルギーを構築しませんか。

- 候補日をいただければ調整します。１社４名様くらいまで -

１．富山県でご希望の日程で、６時間程度で修得できます。
操作は簡単で、ひな型を使って回帰も簡単です。
※ひな型販売もしています。

２．公共試験場ですので、安価に、（修得すれば）いつでもご利用いただけます。
アフターフォローも万全です、問い合わせに回答します。

連絡先 hagi@terakoya2018.com
080-2230-8785

富山県産業技術研究開発センター (pref.toyama.jp)