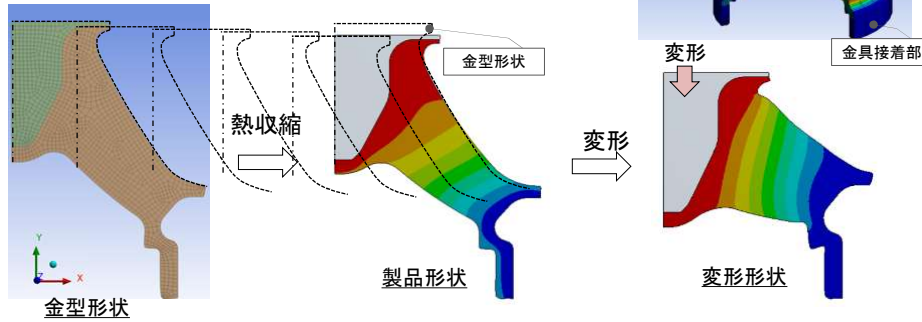


ゴムの F E M解析 基本フロー

ゴム単製品は、そのまま変形解析を行えばいいですが、
金具接着タイプは、熱収縮解析が必須と考えます。



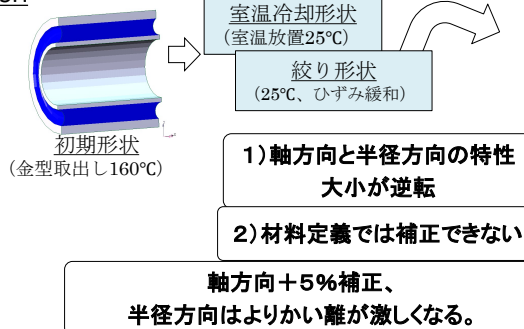
製品の加工工程を考慮することは、ゴム製品のみではなくすべての製品に当てはまります。

金型形状 ⇒ (熱履歴)熱収縮 ⇒ 変形解析 の手順を守ること、
 解析による**予測精度を格段に向上**させることができます。

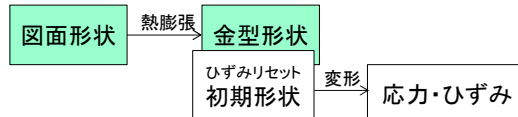
1

ゴム製品の解析では、

BUSH

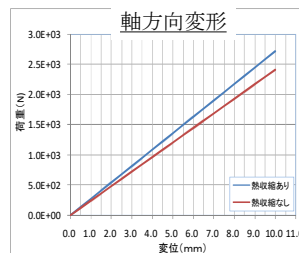
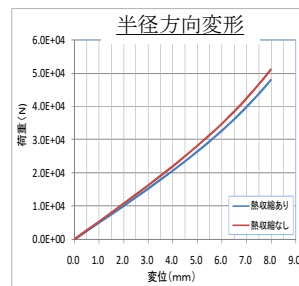
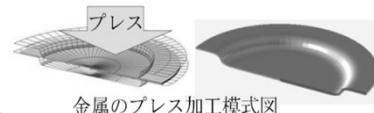


【具体的手順】



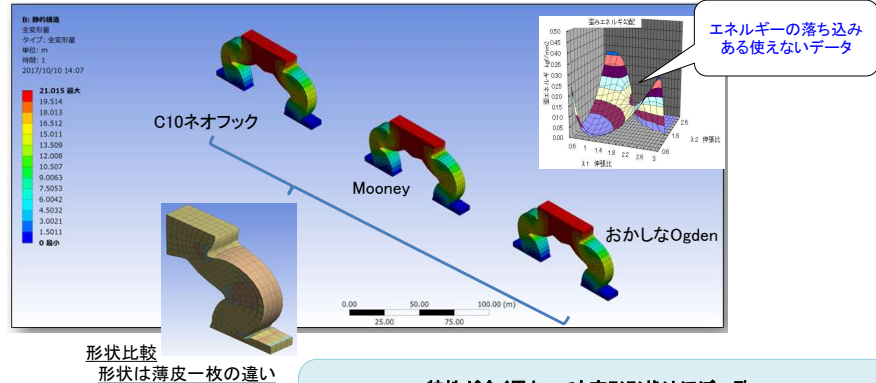
金型形状を初期形状として、熱収縮から
 変形解析への熱-応力連成解析とすることが基本。

精度が格段に向上



2

非圧縮性ゆえの変形図が同じになる（防舷材）



ひどい材料係数を使っても
変位条件での変形は、ほぼ同じ
⇒ これが勘違いを生む。

これらのことを理解するのみで精度は格段に向上する。

© 2022 Terakoya All Rights Reserved.

3

ひずみエネルギー密度関数定義

定義方法

基本式

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad \text{伸張比 } \lambda = 1 + \varepsilon \quad \text{として表現}$$

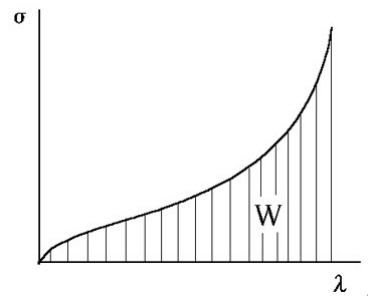
テンソルとして、

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad \text{[対角線効果]}$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad \text{[面積効果]}$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1 \quad \text{[体積効果]}$$

基本は単軸と同じ、へたり補正



ひずみエネルギー密度関数定義

ひずみエネルギー密度関数 様々な表現式

1) Neo-Hookeanモデル

$$W = C_{10}(I_1 - 3)$$

2) Mooney-Rivlin

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3)$$

3) Mooney高次式

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3$$

4) Ogden

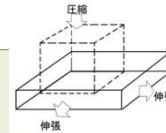
$$W = \sum \frac{\mu_i}{\alpha_i} \lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3$$

5) Arruda-Boyce

$$W = nk\theta \left[\frac{1}{2}(I_1 - 3) + \frac{1}{20N} \left(\frac{I_1^2 - 9}{1} \right) + \frac{11}{1050N^2} \left(\frac{I_1^3 - 27}{1} \right) + \frac{19}{7000N^3} \left(\frac{I_1^4 - 81}{1} \right) + \frac{519}{673750N^4} \left(\frac{I_1^5 - 243}{1} \right) \right]$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 & [\text{対角線効果}] \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 & [\text{面積効果}] \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1 & [\text{体積効果}] \end{aligned}$$

※ $I_3=1$ は非圧縮性
最近、紛らわしい論文(圧縮性を示す誤り)



一般的にこれら定義で
解析予測精度が良いと言われる。

5

へたり考慮で十分予測精度アップ

ひずみエネルギー密度関数定義

ひずみエネルギー密度関数の表現式

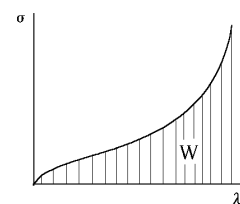
$$W = W(I_1, I_2, I_3)$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 & [\text{対角線効果}] \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 & [\text{面積効果}] \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1 & [\text{体積効果}] \end{aligned}$$

1) Neo-Hookeanモデル

$$W = C_{10}(I_1 - 3) \quad \dots \quad \text{最も単純な材料表現}$$

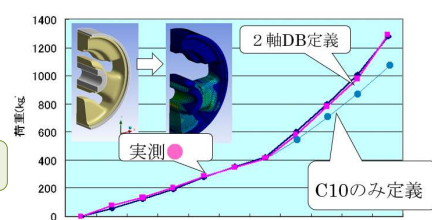
$$C_{10} = E/6 \quad \text{の関係}$$



エネルギー関数定義すると
非常に精度上がりますが、
基本のヤング率 $=6C_{10}$ でも
ある程度の精度アップします。

根本的な問題は、

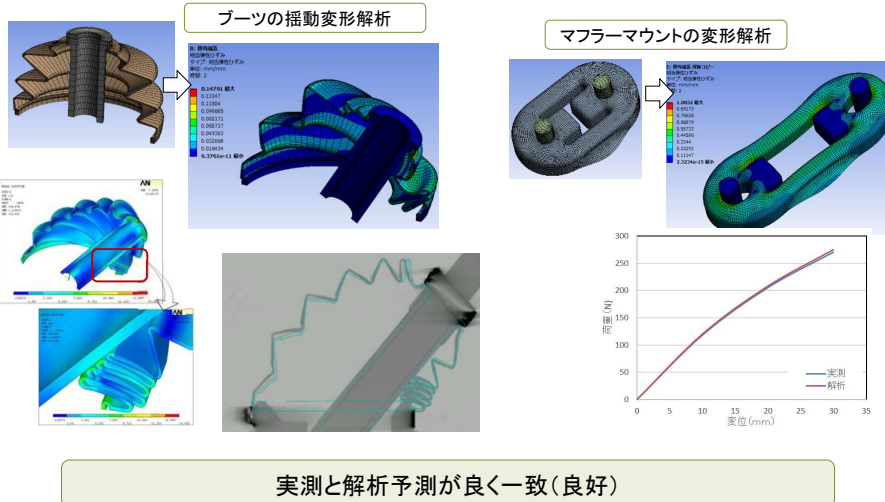
△の字型マウントの特性予測解析



6

ひずみエネルギー密度関数定義

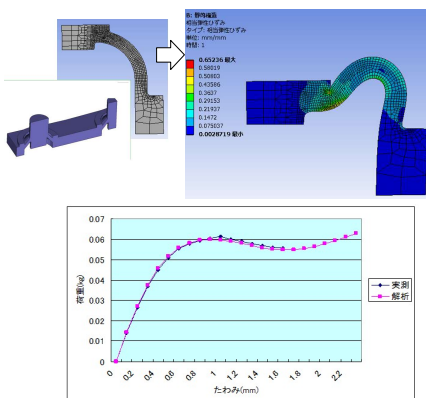
解析例 -定義及び解析の注意点を守れば簡単に精度がアップする



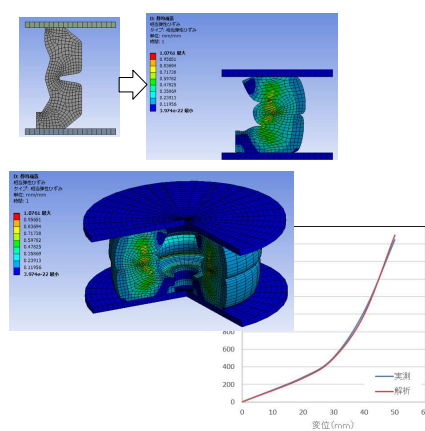
7

解析例 定義及び解析の注意点を守れば簡単に精度がアップする

ラバーコンタクト変形解析



ラバースプリングの変形解析

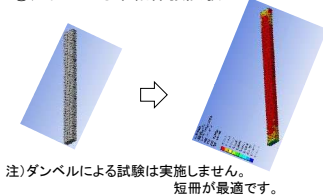


実測と解析予測が良く一致(良好)

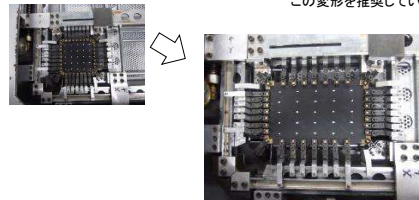
8

新規縦型の簡易二軸試験機が有効な理由

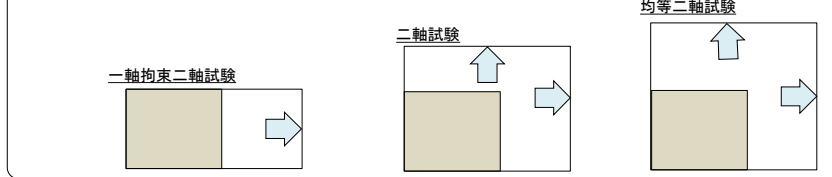
①短冊による単軸伸張試験



②一軸拘束二軸伸張試験



二軸試験概要



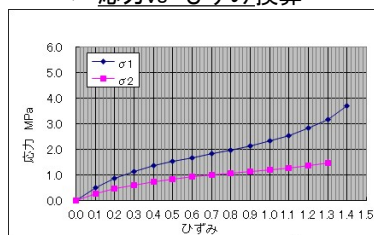
よく聞かれる話ですが、単軸、一軸拘束二軸伸張(純せん断)、均等二軸のすべてのデータを使うと精度が上がります。
嘘ではありませんが、かなり課題が大きいです。

9

ひずみエネルギー密度関数の回帰方法

Moonetを例に、荷重、変位から変換

測定した荷重vs変位
⇒ 応力vs ひずみ換算



※共に有効断面がポイントで、
どちらも同じ結果

$$\sigma_1 = \frac{2}{\lambda_1} \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$

$$\sigma_2 = \frac{2}{\lambda_2} \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$

$$\sigma_3 = 0$$



$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_1} = \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[\frac{\lambda_1^3 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2^3 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right]$$

$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_2} = \frac{1}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left[\frac{\lambda_1 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right]$$

10

ひずみエネルギー密度関数の回帰方法

Mooney高次モデルの定義

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3$$

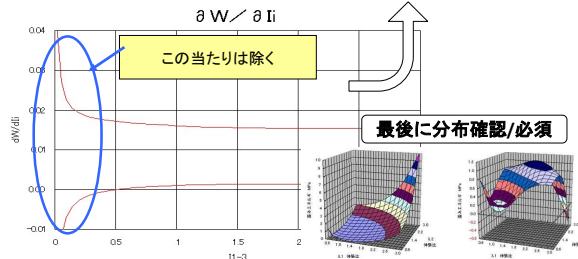
$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_1} = \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[\frac{\lambda_1^3 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2^3 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right] \Rightarrow = C_{10} + C_{11}(I_2 - 3) + 2C_{20}(I_1 - 3) + 3C_{30}(I_1 - 3)^2$$

$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_2} = \frac{1}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left[\frac{\lambda_1 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right] \Rightarrow = C_{01} + C_{11}(I_1 - 3)$$

EXCELの回帰機能で係数をもとめられる。

実測からプロット
(赤線)

二軸試験機の実習から回帰のご指導承ります。



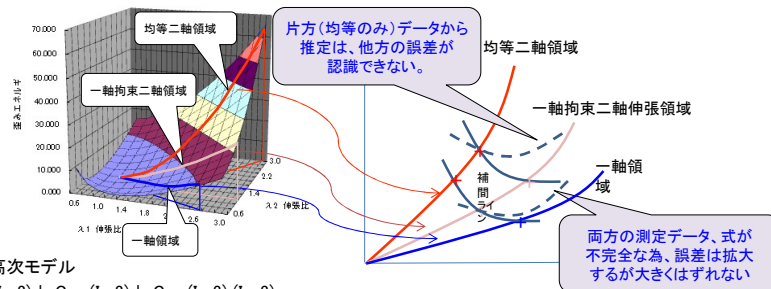
全ての係数を特定するには2方向のデータ(伸張側と拘束側)が必須ですが、ソフトの回帰機能は(伸張側の)1方向データで回帰可能、何らかの前提を取り入れるか? 優秀な機能かもしれません。

11

エネルギー関数導出の落とし穴

新規縦型の簡易二軸試験機が有効な理由

良く、単軸、一軸拘束二軸伸張(純せん断)、均等二軸すべてのデータを入力すると精度が上がるといいますが、間違いではありませんがこれらの式ですべての面をすべて精度よく表現できるでしょうか。難しいです、1つの領域でも表現できないのに・・・。



1) Mooney高次モデル

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3$$

2) Ogdenデル

$$W = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3)$$

一つの領域から求めたエネルギーは、他方の誤差核拡大の可能性あり。
双方の領域から得られたデータは、式が不完全なため双方の誤差拡大。

→ 製品のターゲットに合せたエネルギーデータ収集

12

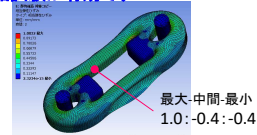
エネルギー関数導出の落とし穴

二軸均等伸張データで予測できるのは、風船のような製品



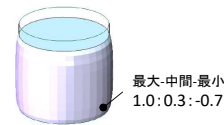
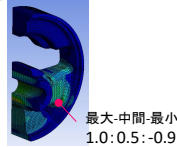
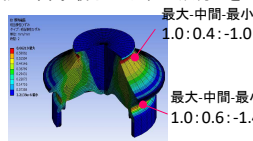
2方向に均等に伸張する製品は
ゴム製品でも少ない
⇒ 均等二軸伸張の領域データは不要

単軸試験が有効です



二軸試験で一軸拘束二軸伸張試験が有効な理由

最大-中間-最小主ひずみ成分をみれば



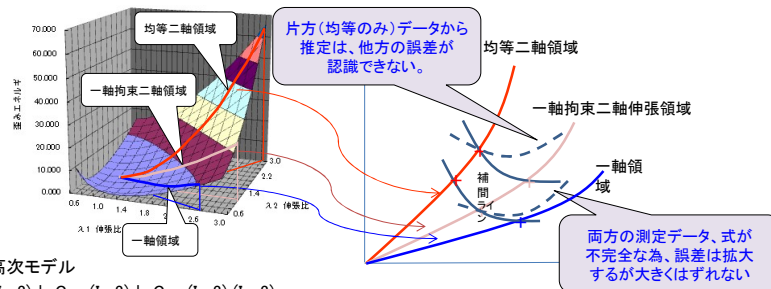
いずれもひずみを確認すればわかるように
均等二軸とよりも純せん断(一軸拘束二軸伸張)、単軸試験が有効です。

13

エネルギー関数導出の落とし穴

新規縦型の簡易二軸試験機が有効な理由

良く、単軸、一軸拘束二軸伸張(純せん断)、均等二軸すべてのデータを入力すると精度が上がるといいますが、間違いではありませんがこれらの式ですべての面をすべて精度よく表現できるでしょうか。難しいです、1つの領域でも表現できないのに・・・。



1) Mooney高次モデル

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3$$

2) Ogdenデル

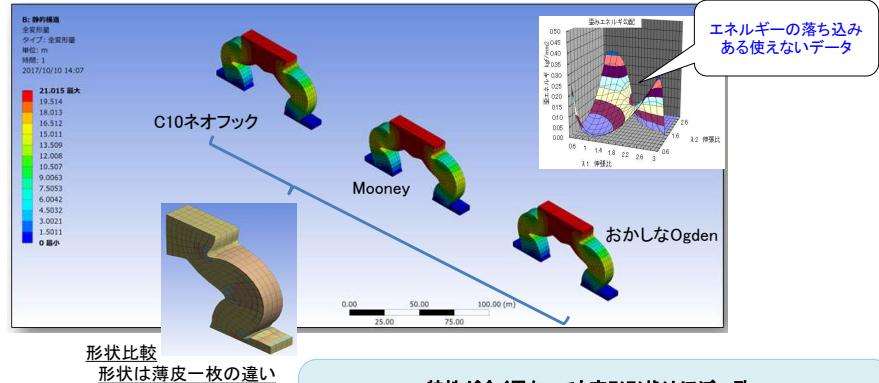
$$W = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3)$$

一つの領域から求めたエネルギーは、他方の誤差核拡大の可能性あり。
双方の領域から得られたデータは、式が不完全なため双方の誤差拡大。
→ 製品のターゲットに合せたエネルギーデータ収集

© 2022 Terakoya All Rights Reserved.

14

非圧縮性ゆえの変形図が同じになる（防舷材）



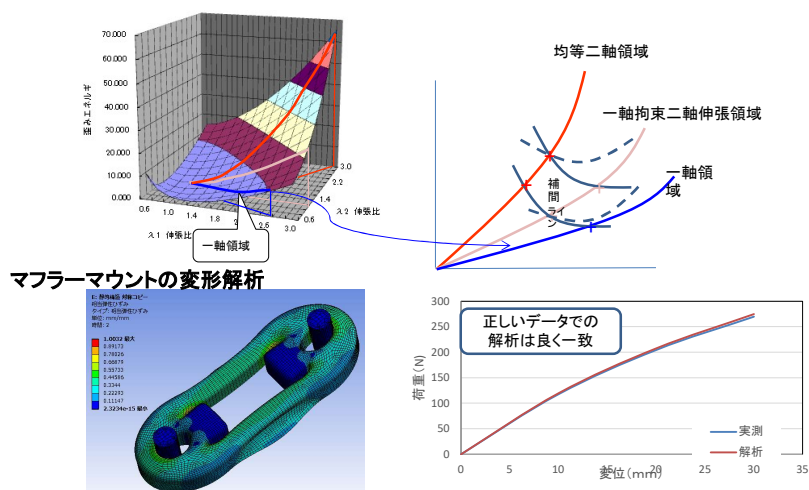
ひどい材料係数を使っても
変位条件での変形は、ほぼ同じ
⇒ これが勘違いを生む。

これらのことを理解するのみで精度は格段に向上する。

© 2022 Terakoya All Rights Reserved.

15

エネルギー関数導出の落とし穴

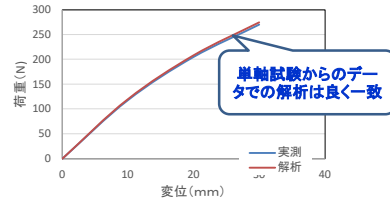
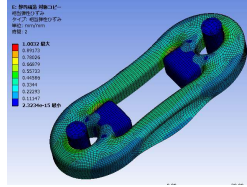


© 2022 Terakoya All Rights Reserved.

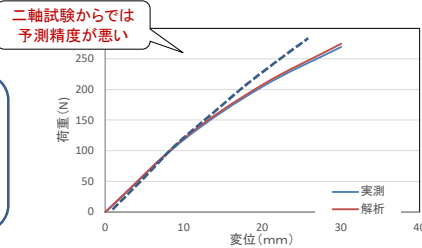
16

エネルギー関数導出の落とし穴

マフラーマウントの変形解析



一軸拘束二軸伸張領域のデータで解析



この製品は、一方向に伸張
第二、第三方向は圧縮ひずみ

輪ゴムの変形に近く
単軸試験データが有効

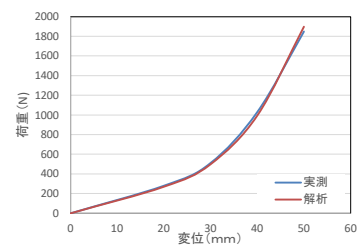
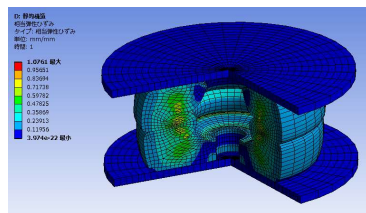
単軸試験からのデータでひずみエネルギー密度関数、適用が良好。

© 2022 Terakoya All Rights Reserved.

17

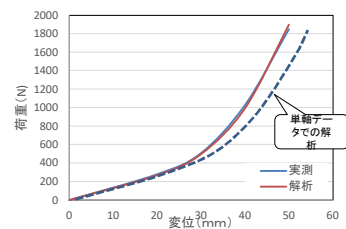
エネルギー関数導出の落とし穴

クッションラバーの変形解析



各部のひずみを確認すると、
単軸よりも二軸、それも純せん断のひずみ
分布に近い

⇒ 二軸試験、純せん断データが有効
(均等二軸伸張ではありません)

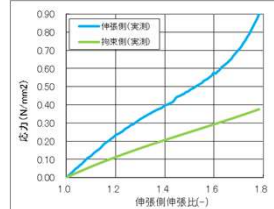


© 2022 Terakoya All Rights Reserved.

18

エネルギー関数導出の落とし穴

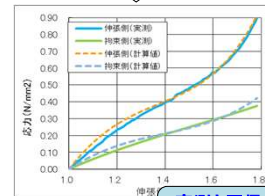
[一軸拘束二軸伸張試験の実測]



回帰

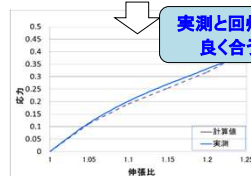
単位: N/mm ²				
C ₁₀	C ₀₁	C ₁₁	C ₂₀	C ₀₀
1.8189E-01	2.6448E-02	-1.0841E-02	-4.8180E-02	3.4297E-02

回帰精度確認

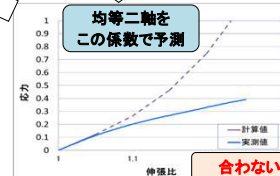


均等二軸伸張試験からの回帰係数

単位: N/mm ²				
C ₁₀	C ₀₁	C ₁₁	C ₂₀	C ₀₀
3.0360E-01	-8.5264E-02	1.3040E-01	-3.0036E-01	3.4188E-01



実測と回帰が
良く合う



均等二軸を
この係数で予測

合わない

一軸拘束二軸、均等二軸 共通で精度よく回帰することは難しい。

19

ゴムの二軸伸張からひずみエネルギー密度関数定義

1991年から同志社大学で坂口教授のもとで研究スタート、今も勉強中

ゴムの二軸伸張試験、承ります。-ゴムの専門家として解析適用までサポートします。-

二軸伸張試験実施 ⇒ ひずみエネルギー密度関数(Mooney, Ogden等回帰、係数算出。25万円〜複数割あり)

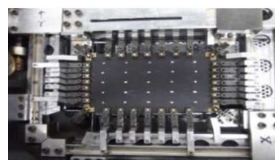
$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_2 - 3)^2 + C_{00}(I_2 - 3)^3$$

Ogden定義も可能です。

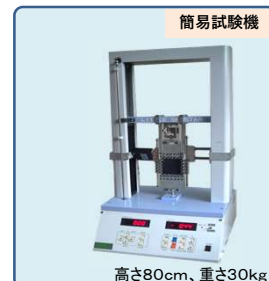
- ・エネルギー関数の真実、注意すべき点
- ・ゴムの解析への適用方法
- ・線形解析での間違いやすい点、その他サポート



現地(富山)の二軸試験機



サンプル取り付け部



従来の試験機は、横置き型・大型 非常に高価 旧型、富山工業試験場、昭和生まれですがまだまだ現役です。

1日で修得も可能です。二軸伸張試験からエネルギー密度関数回帰/富山or東京近郊

20

お問い合わせリンク

<https://terakoya2018.com/question>

公共試験場を利用して ゴムの解析用ひずみエネルギーを構築しませんか。

- 候補日をいただければ調整します。1社4名様くらいまで -

1. 富山県でご希望の日程で、6時間程度で修得できます。
操作は簡単で、ひな型を使って回帰も簡単です。
※ひな型販売もしています。
2. 公共試験場ですので、安価に、（修得すれば）いつでも
ご利用いただけます。
アフターフォローも万全です、問い合わせに回答します。

連絡先 hagi@terakoya2018.com
080-2230-8785

寺子屋/CAE解援隊
URL <https://terakoya2018.com>



富山県産業技術研究開発センター (pref.toyama.jp)