

実用版

粘弾性解析用データの定義方法、その周辺の基礎知識

寺子屋/CAE解援隊

連絡先 hagi@terakoya2018.com

080-2230-8785

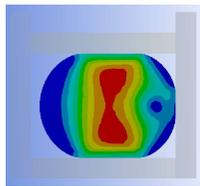


粘弾性解析でできること

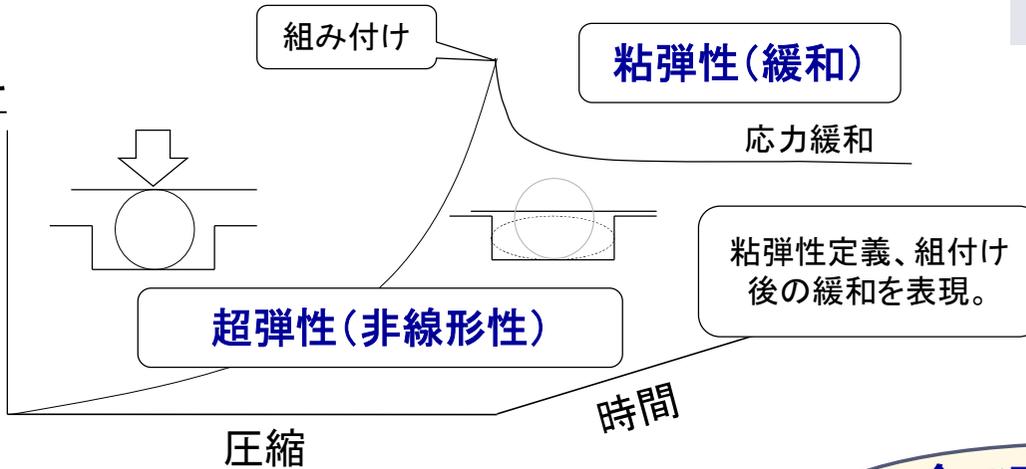
当たり前のことですがクリープ含めて同じデータで解析

[応力緩和]

シール組み付け

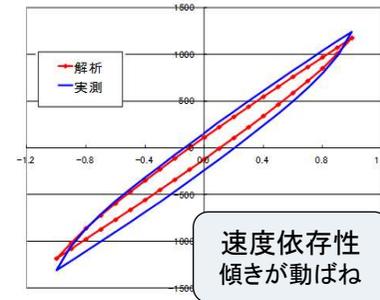
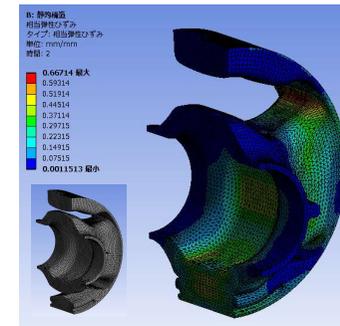


反力



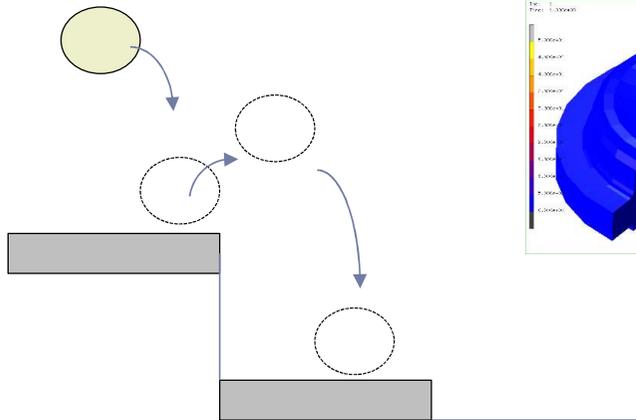
[動特性]

リサージュ波形／動特性予測



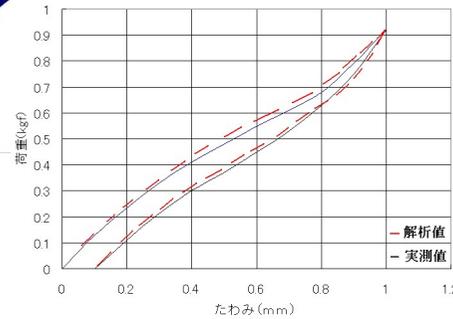
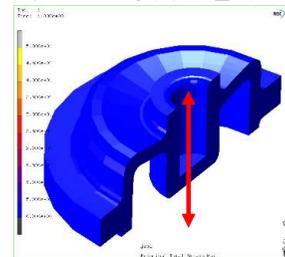
[衝撃]

ボールの落下



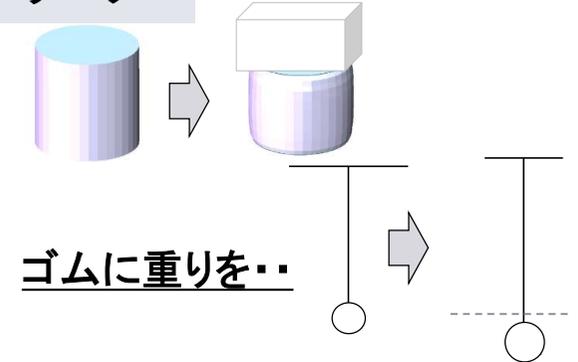
エネルギーロス

戻りの特性を予測/ヒステリシスカーブ



全て同じデータで同等の解析可能

クリープ

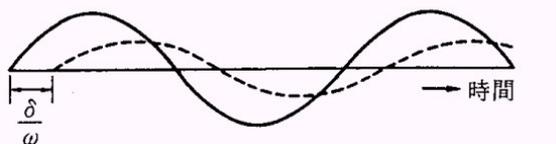


ゴムの特性試験

貯蔵弾性率E'が静的特性となる

粘弾性解析には、二宮の式をProney級数で表す必要があります。

粘弾性スペクトロメータ



加振応答側の位相差特性

$$E^* = E' + iE''$$

となり、 E' 、 E'' は各々式 (2.21) で表される。

$$E' = \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} E, \quad E'' = \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} E$$

E^* を複素弾性率 (complex modulus)

E' を動的貯蔵弾性率 (storage modulus)

E'' を動的損失弾性率 (loss modulus)



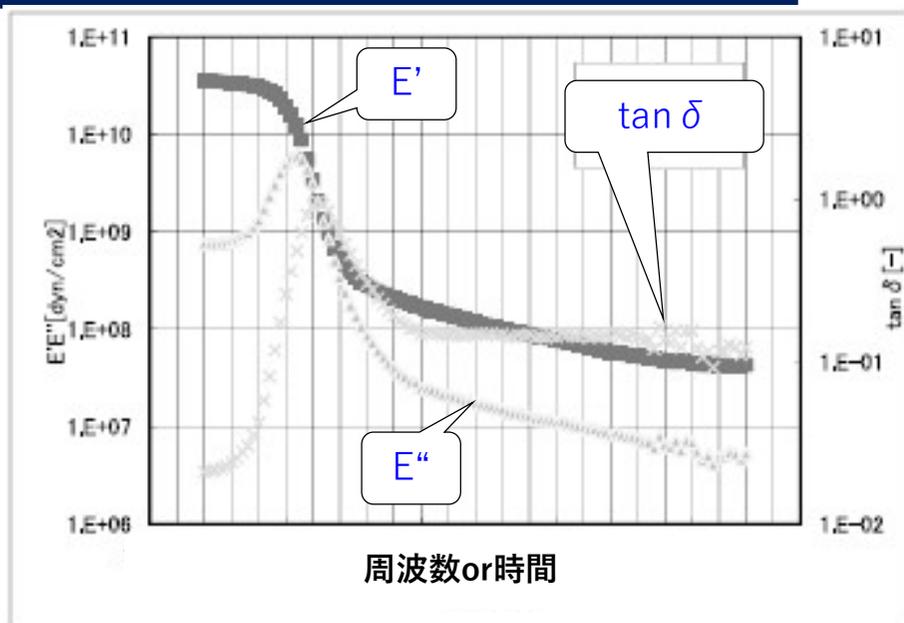
※文献からの引用、あまり・・・

二ノ宮の式

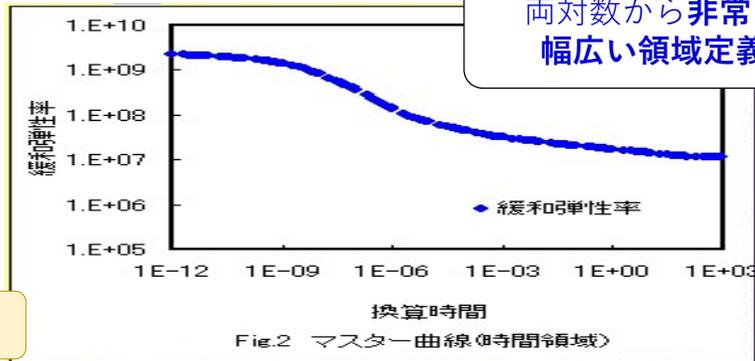
$$E_r(t) = E'(\omega) - 0.40E''(0.4\omega) + 0.14E''(10\omega)$$

となりマスターカーブを描きます。

右のカーブと同等になり、これをProney級数で表現します。



両対数から非常に幅広い領域定義



粘弾性解析 (動特性、緩和) には超弾性 + 粘弾性 + 調整係数が必用

ゴムの解析に必要なもの/真実

- I 粘弾性解析：時間依存の解析に必要なもの
- II 実用的な粘弾性定義
- III 定義時の注意点/式の解釈 & 意味
- IV ソフトの癖を知る
- V その他、こんな解析でも粘弾性効果が・・・

ゴムの解析に必要なもの/真実

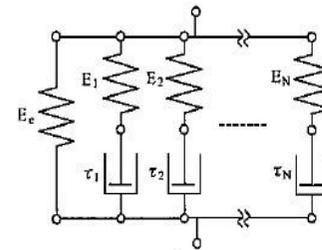
- I 粘弾性解析：時間依存の解析に必要なもの
- II 実用的な粘弾性定義
- III 定義時の注意点/式の解釈 & 意味
- IV ソフトの癖を知る
- V その他、こんな解析でも粘弾性効果が・・・

I 粘弾性解析：時間依存の解析に必要なもの

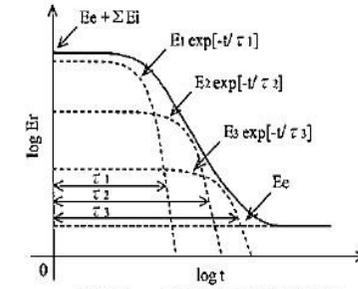
粘弾性データの定義方法

剛性を級数 $\exp(-t/\tau)$ の引き算で定義

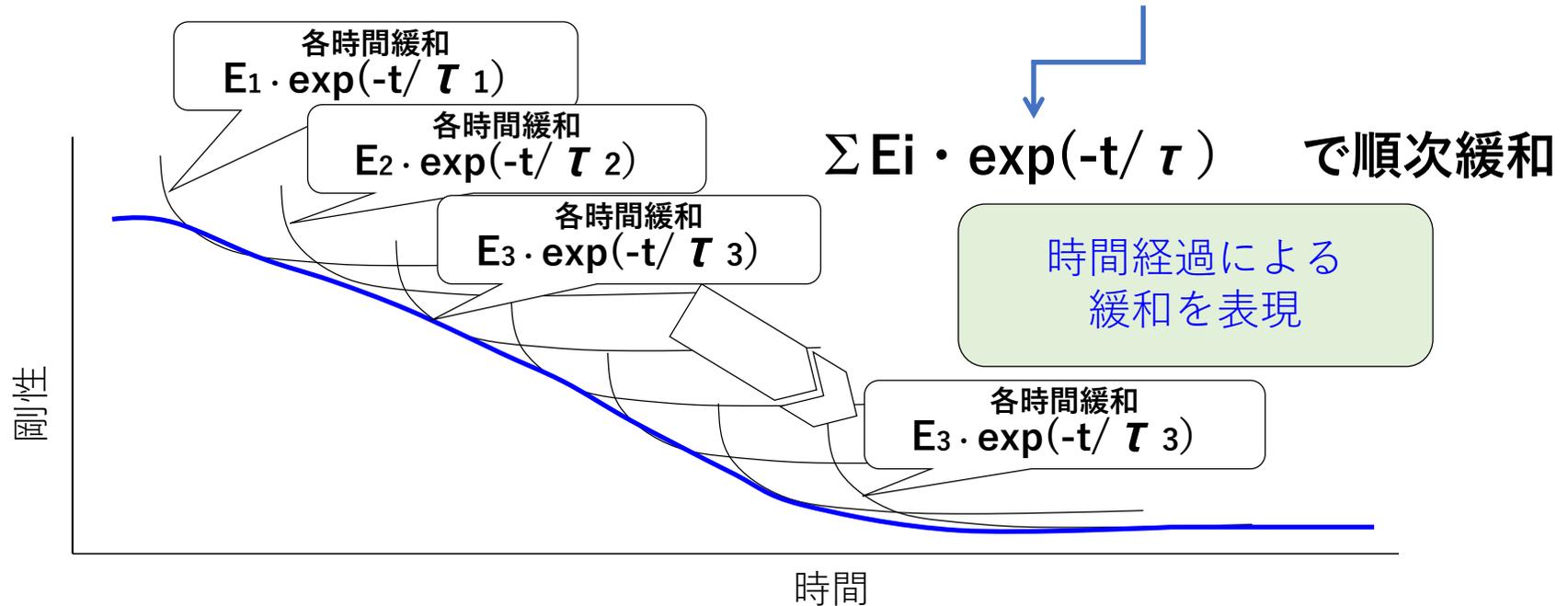
$$\sigma(t) = \varepsilon(t) \sum_{i=1}^N E_i e^{-t/\tau_i} + \varepsilon(t) E_e$$



一般化Maxwellモデル



一般化Maxwellモデルの緩和弾性率

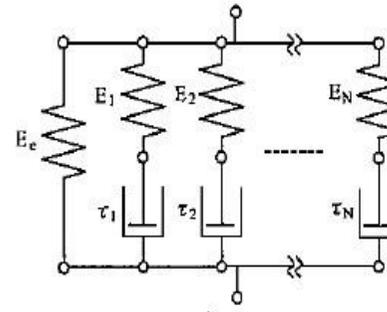


粘弾性解析用のデータ定義として

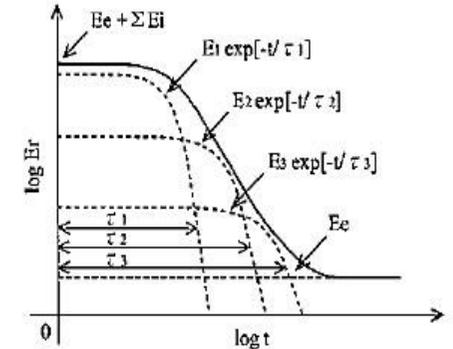
基本は・・・

瞬間から順次exp関数で、ソフトごとに

- 1) 瞬間 E0から引き算するか
 - 2) 永久時間Eeから足し算するか
- LS-Dynaのみ足し算



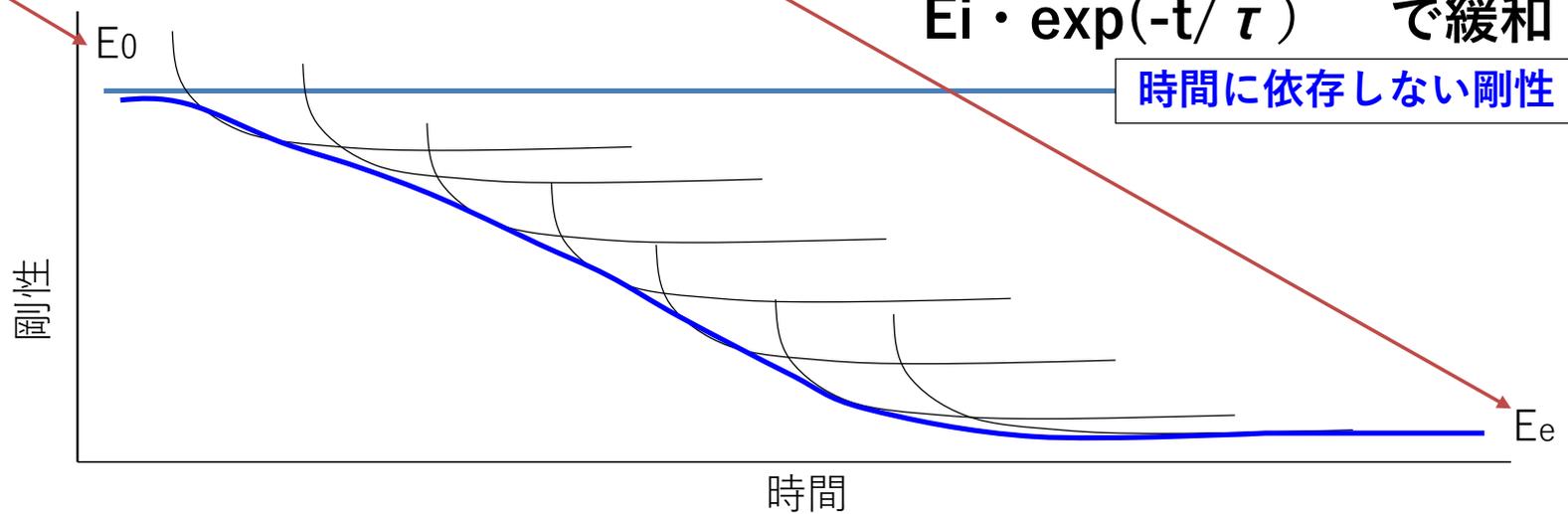
一般化Maxwellモデル



一般化Maxwellモデルの緩和弾性率

$$\sigma(t) = \varepsilon(t) \sum_{i=1}^N E_i e^{-t/\tau_i} + \varepsilon(t) E_e$$

$$\sigma(t) = \varepsilon(t) E_0 - \varepsilon(t) \sum_{i=1}^N E_i e^{-t/\tau_i}$$



どちらもソフトの癖で正しい方法です。

一般的なスペクトロメータでは測定領域が狭いので時間温度換算則を使用する。

時間温度換算則

WLF(Willams, Landel, Ferry)式

二ノ宮の式

$$E_r(t) = E'(\omega) - 0.40E''(0.4\omega) + 0.14E''(10\omega)$$

$$\log \alpha_T = \frac{-C_1(T-T_R)}{C_2 + (T-T_R)}$$

Tg : ガラス転移温度
 C₁=886 C₂=101.6
 T_R = Tg + 50
 (参考値)

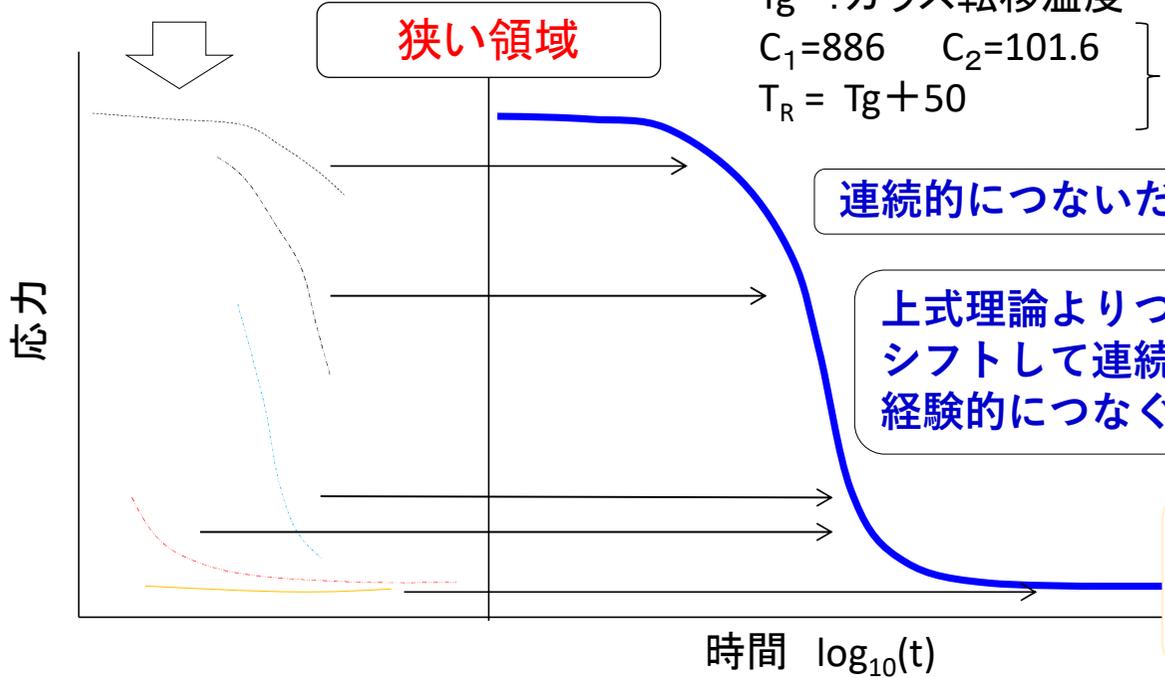
等価式へ

$$E(t) = E_e + \sum E_i \exp(-t/\tau_i)$$

ほとんどは、引き算 (↓)

$$E(t) = E_0 - \sum E_i \exp(-t/\tau_i)$$

それぞれの温度での
周波数変化でのデータ



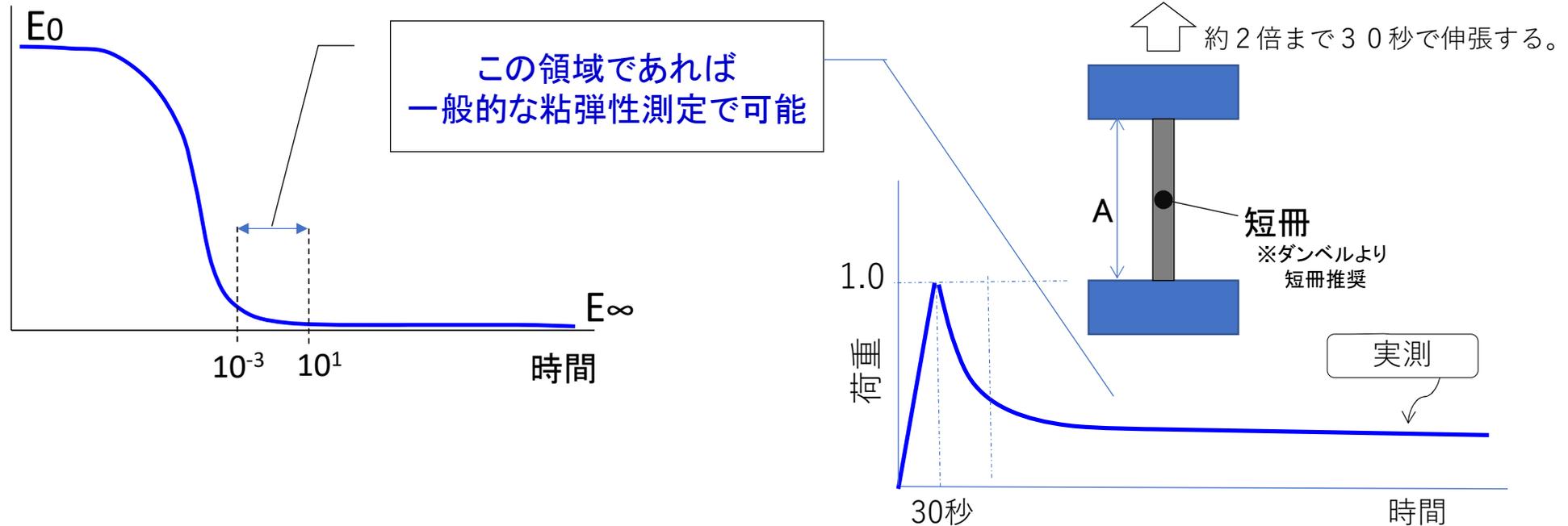
連続的につないだカーブ

上式理論よりつながりますが、
シフトして連続性を保つように
経験的につなぐようです。

しかし、この領域 (t=10⁻¹⁵~10⁵程度)
測定は非常に難しいものです。
費用、時間 (コスト) が非常にかかります。

粘弾性解析用Proney級数定義方法

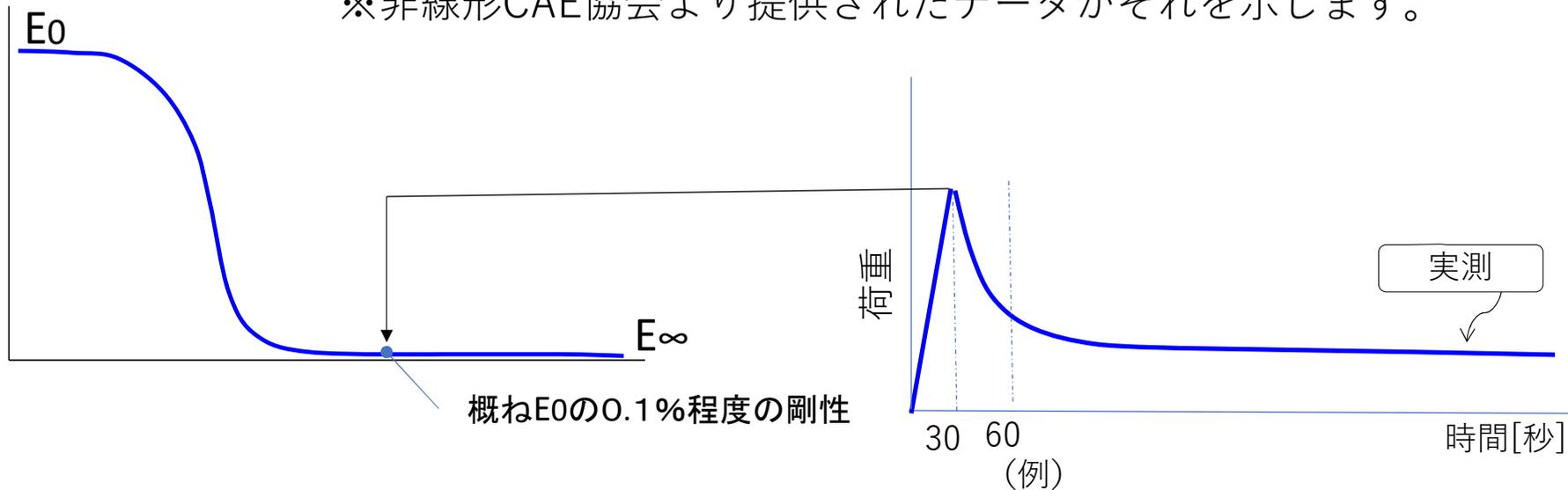
これらの幅広い領域を定義するのは時間も費用も掛かり、高度な技術も必要で大変な作業です。



この方法により労力も10分の1以下、測定コストも100分の1程度で定義可能。実績も数十程度ですが、これに反する例はありません。（論文根拠も裏付けとなる）

粘弾性解析用Proney級数定義方法

一般的に静解析で使用する剛性は、既に0秒から99.9%緩和した領域である。
※非線形CAE協会より提供されたデータがそれを示します。



果たして、粘弾性定義(↓式)で正確にこの領域を表現することが難しい。

$$E(t) = E_0 - \sum E_i \exp(-t/\tau_i)$$

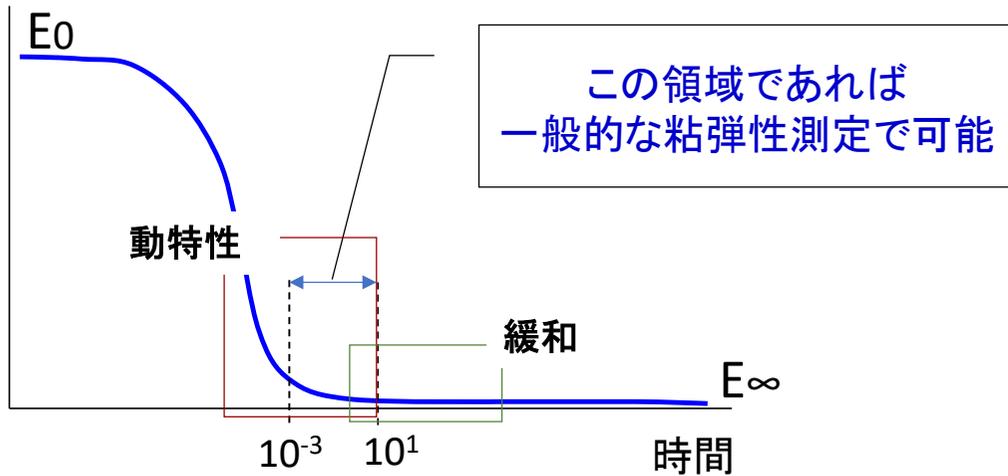
E(t)はE0からどんなに正確に表現しても、0.1%の差で100%の差が生じる。
よって、補正は必須となります。(P*~*参照)

ゴムの解析に必要なもの/真実

- I 粘弾性解析：時間依存の解析に必要なもの
- II 実用的な粘弾性定義
- III 定義時の注意点/式の解釈
- IV ソフトの癖を知る
- V その他、こんな解析でも粘弾性効果が・・・

II 実用的な粘弾性定義

一般的に測定できる範囲から、動特性 1 ~ 数千 Hz、緩和 0.1 Hz 以下を分けて考える必要がある。



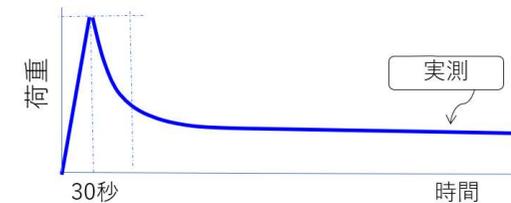
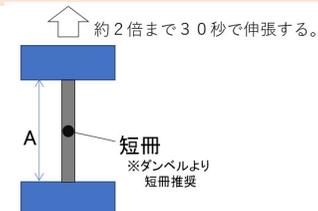
動特性/詳細お問い合わせにより公開

粘弾性スペクトロメータで測定したデータから級数を定義。

緩和/詳細お問い合わせにより公開

短冊の試験により30~3600秒程度の測定から定義。

琉球大藤川先生の論文を根拠に一定域の測定と共に、非線形CAE協会様のデータベースより定義可能。



いずれかの方法、若しくは両方の領域をそれぞれ定義して合体させれば良い。

どちらの方法も30秒程度のところで調整は必須になります。

実際の定義について

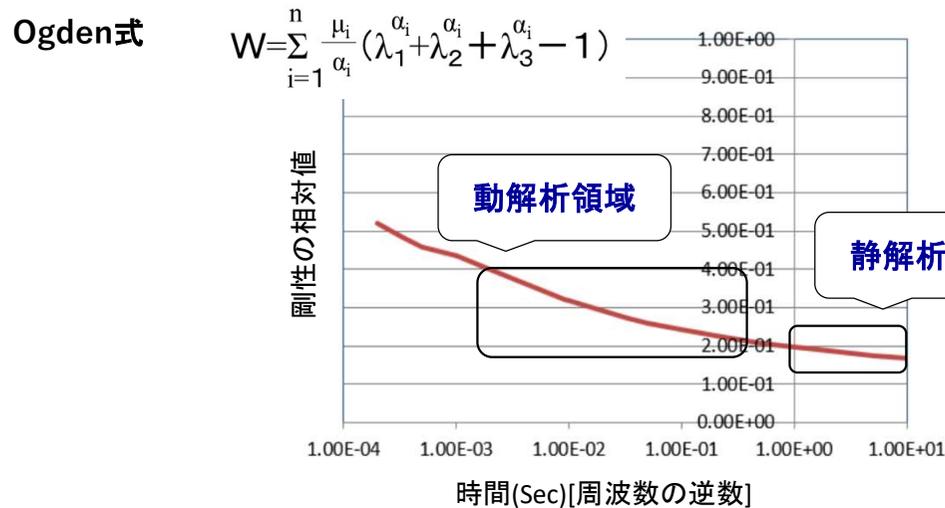
1. 100 Hz程度の動ばね領域の定義

2. 1000 Hz以上の、衝撃応答解析の領域定義

3. 0.01 Hz (100秒) 上の、応力緩和領域の定義

実際の解析 **超弾性定義** + **粘弾性定義**

Mooney式
$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) + C_{11} (I_1 - 3) (I_2 - 3) + C_{20} (I_1 - 3)^2 + C_{30} (I_1 - 3)^3$$



↓
$$\sigma(t) = \varepsilon(t) \sum_{i=1}^N E_i e^{-t/\tau_i} + \varepsilon(t) E_e$$

定義例

Viscelmoon/(viscelogd)

1	8
0.05000	1.0000e-10
0.35000	1.0000e-08
0.30000	1.0000e-07
0.20000	1.0000e-05
0.02000	1.0000e-01
0.03000	1.0000e+01

緩和剛性 (E_i) 緩和時間 (τ)

求めるものは、

粘弾性解析は、**超弾性 + 粘弾性緩和係数**で定義します。

実際の解析 下記の2つをセットでつかいます。

超弾性定義

+

粘弾性解析

超弾性域

Mooney式

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) + C_{11} (I_1 - 3) (I_2 - 3) + C_{20} (I_1 - 3)^2 + C_{30} (I_1 - 3)^3$$

Ogden式

$$W = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3)$$

粘弾性域

剛性
(Ei)

剛性 (Ei)	時間 (τ)
1	8
0.05000	1.0000e-10
0.35000	1.0000e-08
0.30000	1.0000e-07
0.20000	1.0000e-05
0.02000	1.0000e-01
0.03000	1.0000e+01
0.01500	1.0000e+03
0.01200	1.0000e+05

両方のデータが必要ですが、定義にはコツが必要です。/残念ながら足し算のみでは使えません。

簡易粘弾性データ定義方法

粘弾性解析

超弾性定義(剛性) + 粘弾性定義(緩和) のため

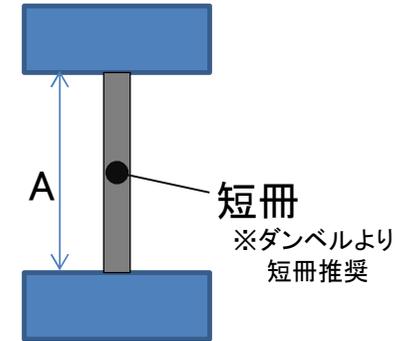
超弾性データ 例えばテファブロック A1500 未老化品

真ヤング率		4.93E+00			単位: N/mm ²
C10	C01	C11	C20	C30	
9.3179E-01	-5.4849E-01	1.9800E+00	-2.1297E+00	2.5026E-01	

粘弾性データ

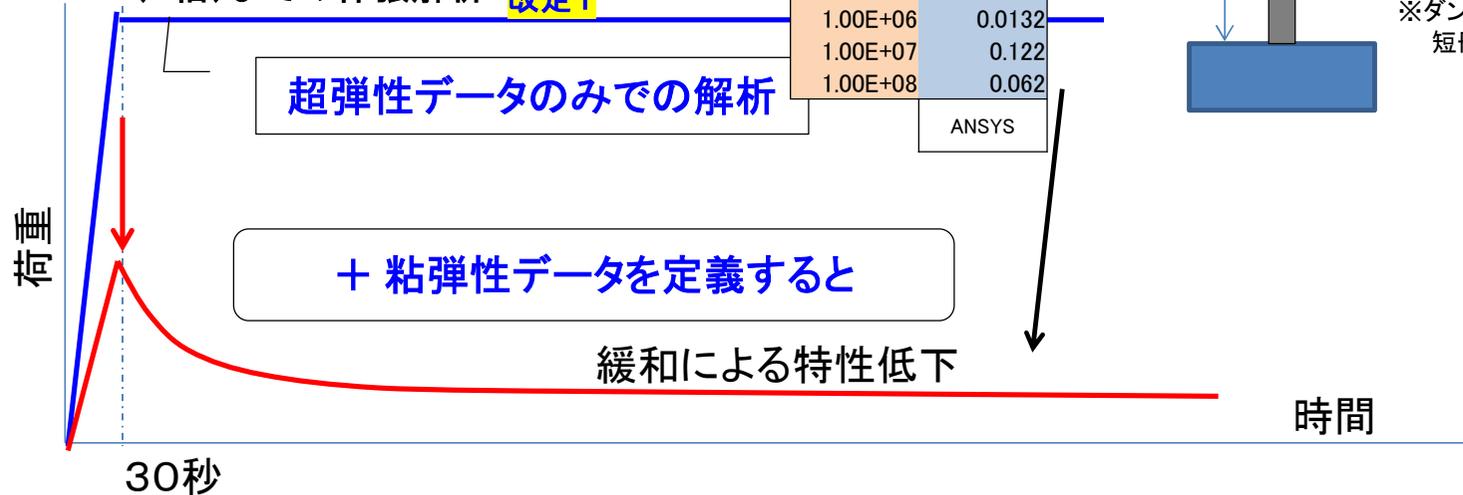
τ	δ
1.00E-10	0
1.00E-01	0
1.00E+00	0.125
1.00E+01	0.12
1.00E+02	0.0043
1.00E+03	0.03
2.00E+03	0.0035
1.00E+04	0.002
1.00E+06	0.0132
1.00E+07	0.122
1.00E+08	0.062

約 2 倍まで 30 秒で伸張する。



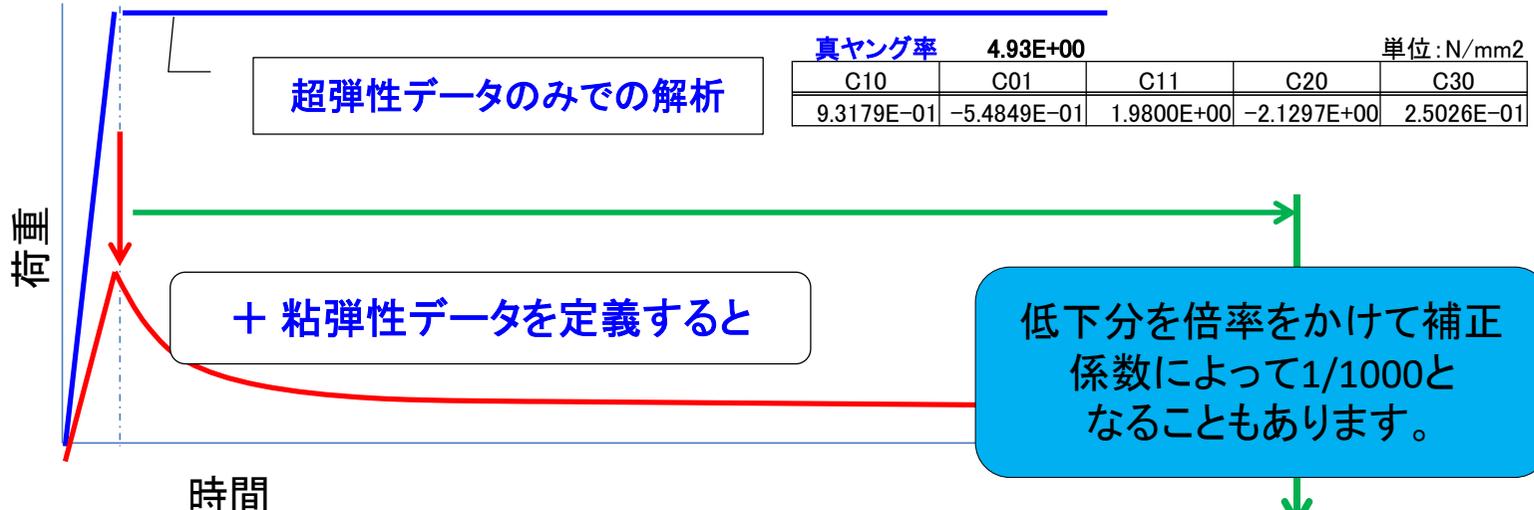
短冊なり

10~20% (2倍) までの伸張解析 改定1



緩和で荷重が低下するため、これを補正する。

簡易粘弾性データ定義方法

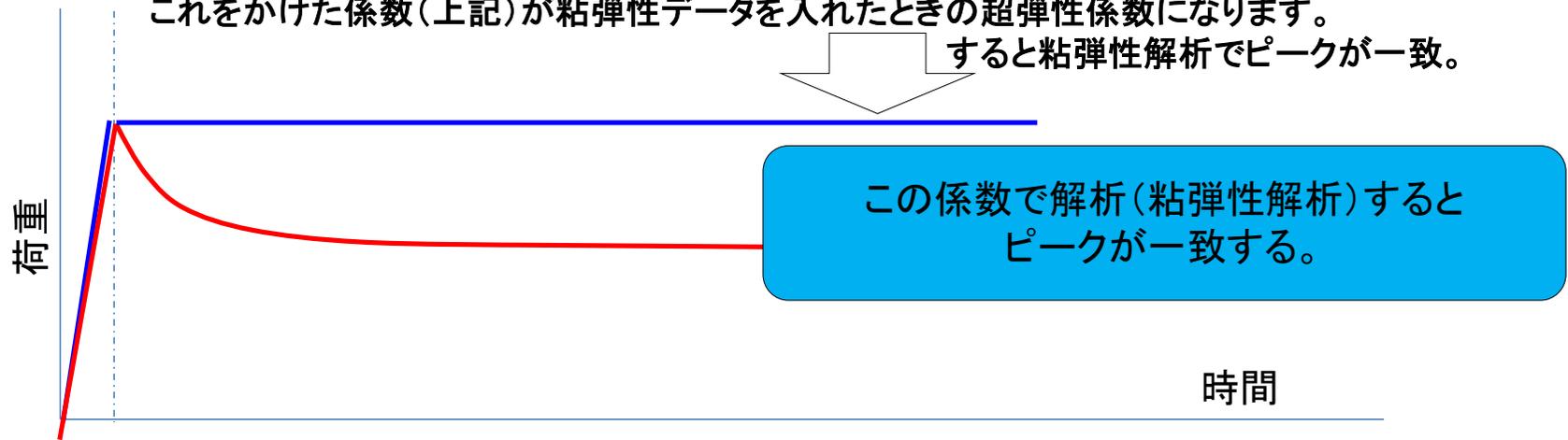


真ヤング率 4.93E+00 単位: N/mm ²				
C10	C01	C11	C20	C30
9.3179E-01	-5.4849E-01	1.9800E+00	-2.1297E+00	2.5026E-01

実際には数百分の1になることもありますが、仮に倍率が3, 5213 (桁数は5桁程度)

C10	C01	C11	C20	C30
3.2811E+00	-1.9314E+00	6.9721E+00	-7.4992E+00	8.8126E-01

これをかけた係数(上記)が粘弾性データを入れたときの超弾性係数になります。
すると粘弾性解析でピークが一致。



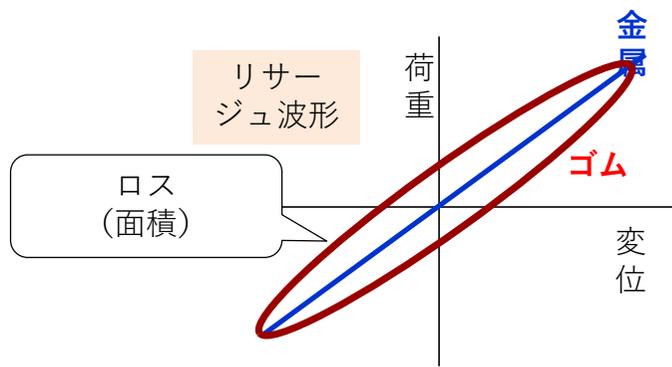
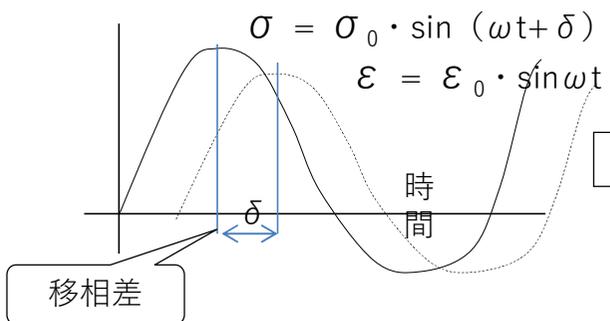
ゴムの解析に必要なもの/真実

- I 粘弾性解析：時間依存の解析に必要なもの
- II 実用的な粘弾性定義
- III 定義時の注意点/式の解釈 & 意味
- IV ソフトの癖を知る
- V その他、こんな解析でも粘弾性効果が・・・

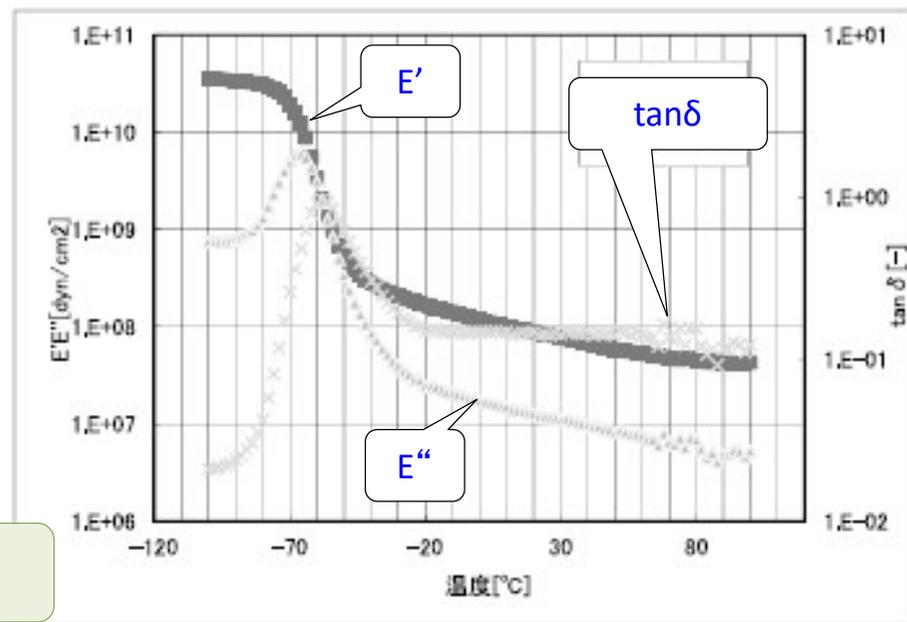
III 定義時の注意点/式の解釈 データ採取から定義の道筋



振動形態に関わらず



TEMP °C	E' dyn/cm2	E'' dyn/cm2	E' Mpa	E'' Mpa	tan-δ
-100	35703726990	748108811.9	3570.372699	74.81088119	2.10E-02
-97.8	35275055108	751083276.4	3527.505511	75.10832764	2.13E-02
-96.05	34897518992	752920917.1	3489.751899	75.29209171	0.0215752
-93.8	34594739371	764937770.5	3459.473937	76.49377705	2.21E-02
-91.95	34111921122	776107312.5	3411.192112	77.61073125	2.28E-02
-89.89999	33644222791	807704583.2	3364.422279	80.77045832	2.40E-02
-88	33231889165	847751111.8	3323.188916	84.77511118	2.55E-02
-85.89999	32753948742	914427373	3275.394874	91.4427373	2.79E-02
-83.95	32317567830	975694528	3231.756783	97.5694528	3.02E-02
-81.89999	31760274223	1119150735	3176.027422	111.9150735	3.52E-02
-79.95	31027693006	1301972095	3102.769301	130.1972095	4.20E-02
-78	29660742635	1714212482	2966.074264	171.4212482	5.78E-02
-75.95	28009097883	2277799100	2800.909788	227.77991	8.13E-02
-73.95	25839040206	3051185359	2583.904021	305.1185359	0.1180843
-72	23034138867	4010170843	2303.413887	401.0170843	0.1740968
-69.89999	19375702499	5018465738	1937.57025	501.8465738	0.2590082
-68	15896390557	5736548048	1589.639056	573.6548048	0.3808711
-65.85	12390283813	5962023740	1239.028381	596.202374	0.4811854
-64.05	8830354658	5511401049	883.0354658	551.1401049	0.6241426
-62	5434500390	4319745588	543.450039	431.9745588	0.7948745



粘弾性スペクトロメータにより貯蔵/損失弾性率を求める。

二ノ宮の式

$$E_r(t) = E'(\omega) - 0.40E''(0.4\omega) + 0.14E''(10\omega)$$

となりマスターカーブを描きます

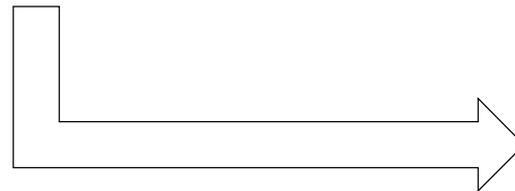
解釈

$E'(\omega)$ に対して、第2項は $E''(0.4\omega)$ は、
例えば $\omega = 10\text{Hz}$ とすると、0.40を乗じて 4Hz
また、第2項は、 10ω のため、100Hz となる。

つまり、

$$E_r(t) = E'(10\text{Hz}) - 0.40E''(4\text{Hz}) + 0.14E''(100\text{Hz}) \text{ の値}$$

よく勘違いして、同じ周波数のデータで計算される場合があります。

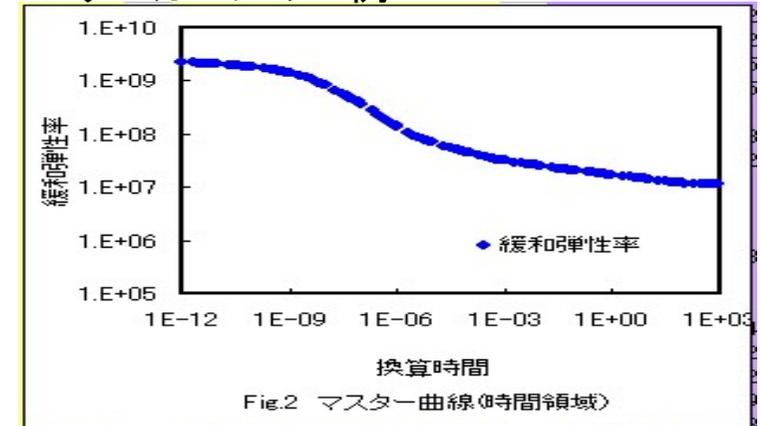


Proney係数

$$\sigma(t) = \varepsilon(t) \sum_{i=1}^N E_i e^{-t/\tau_i} + \varepsilon(t) E_e$$

入力データはProney係数の形式に変換して使用します。

マスターカーブの一例

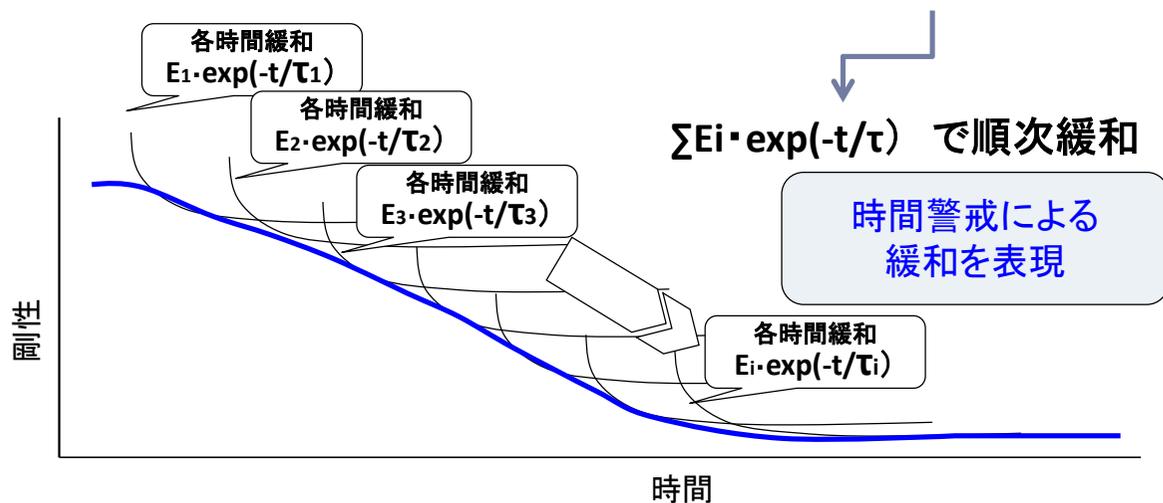


ステップ2：粘弾性データ定義

緩和剛性の定義式は、

$$E(t) = E_0 - \sum E_i \cdot \exp(-t/\tau_i)$$

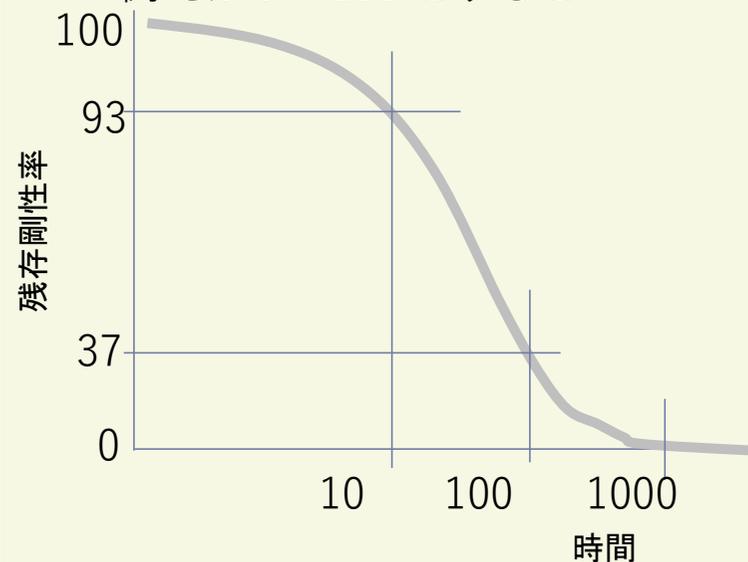
となり、各鋼の順次引き算になります。



時間と共に剛性が低下する。

式の解釈

級数 $\exp(-t/\tau)$ は、
例えば $\tau = 100$ とすると



数学に不慣れなので、この図を確認、
回帰調整します。

影響力、範囲外の急激な変化を避けるため目的時間の100分の1および1000倍の領域は定義する。
一般的に $10^{-5} \sim 10^3$ 秒、9項程度は定義を、測定生きがいは影響ないダミーデータを使う。

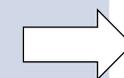
ゴムの解析に必要なもの/真実

- I 粘弾性解析：時間依存の解析に必要なもの
- II 実用的な粘弾性定義
- III 定義時の注意点/式の解釈
- IV ソフトの癖を知る
- V その他、こんな解析でも粘弾性効果が・・・

IV ソフトの癖を知る

ソフトにより設定等異なるが、概ね次のような定義になります。

解析種	粘弾性定義	超弾性定義	その他
固有値解析	無効	調整要/Excel簡易法	
時刻歴応答解析	有効	調整要	解析時間増大
調和応答解析	有効	そのまま使用可能	



次ページの
ような工夫

- 1) 固有値解析に粘弾性効果が無効化されるため、工夫(直接剛性を入力)する必要あり。
- 2) 時刻歴解析: 正弦波加振と応答側で、応答倍率の最大値のところ固有値となる。
但し、周波数ごと、1つの周波数も安定するまで10波程度の解析を行うのでコストがかかる。
- 3) 調和応答は、粘弾性を考慮した応答倍率、1次、1.5次、2次モードの領域まで短時間で可能。
応答倍率も粘弾性効果にあわせて、小さく周波数も低周波側にシフト。

一般的にStaticの解析でも粘弾性効果が表れるが、ABAQUはViscoとする必要があるなど、また、“瞬間”(チェック) トリガーも必要になります。

測定結果

- 1) 固有値解析には、粘弾性定義は無効化される。
⇒ 初期剛性にこの効果をあらかじめ付加する。

固有値解析用データ算出
手順)

1. ファイルを開き、周波数帯
予測固有値を入力。

周波数
入力下さい **200 Hz**
5.00E-03 1.1307E-02

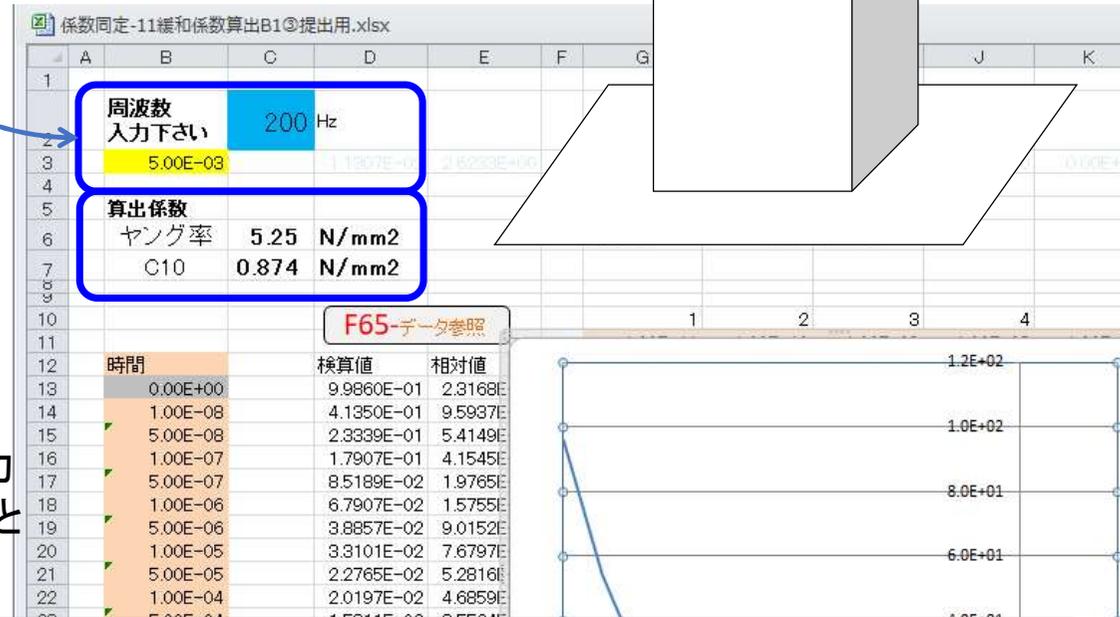
2. 使用すべき剛性が
算出される。

算出係数
ヤング率 **5.25 N/mm²**
C10 **0.874 N/mm²**

3. この値で解析実施。
4. 得られた固有値を1に入力
5. 1~4を3回程度繰り返すと
値が一定になる。 ⇒ **正解**

前ページの剛性を
使用した固有値解析値

データ提出(必ずバックアップ保管下さい)。
係数同定-11緩和係数算出B1◎提出用.xlsx



精度よく解析するためには、この方法では予めどの程度の周波数かわかっている必要もあり、現在の測定結果からも推定出来る。また、前ページの剛性での固有値解析実施。

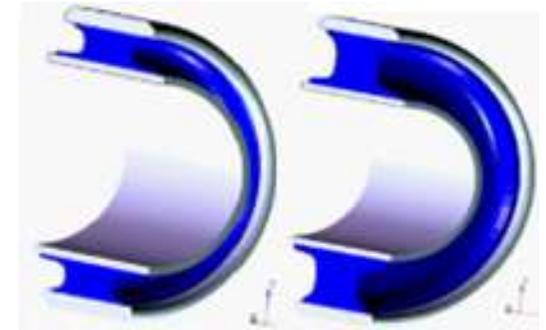
ゴムの解析に必要なもの/真実

- I 粘弾性解析：時間依存の解析に必要なもの
- II 実用的な粘弾性定義
- III 定義時の注意点/式の解釈
- IV ソフトの癖を知る
- V その他、こんな解析でも粘弾性効果が・・・

BUSH特性予測技術/ゴムの厚みが小さくなると発現しやすい

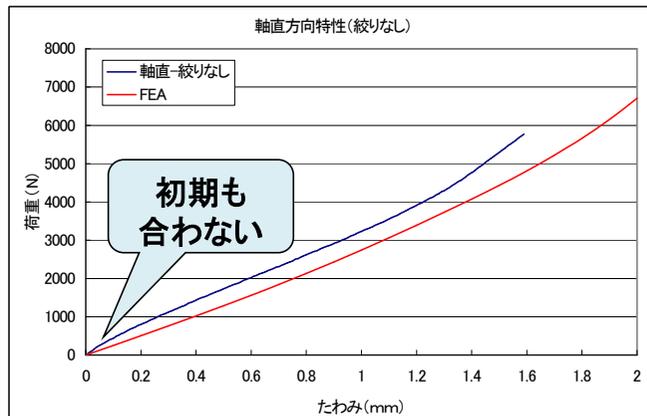
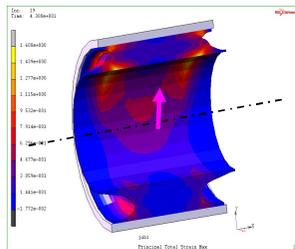
超弾性でもある程度の予測が可能です、難しい面も・・・

BUSH製品; 初期及び大変形領域も予測精度が悪い。
MTに比べて、粘弾性特性効果が非常に大きく、その因子も含めて検討が必要。



ゴムが薄くなるほど影響大

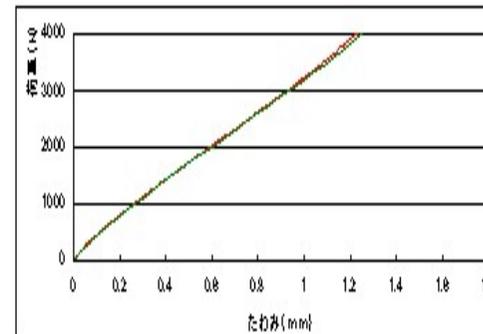
単純なBUSHの解析例



[粘弾性特性]

$$Y = K(x) \cdot G(x,t) \cdot X + \dots$$

超弾性 粘弾性



ペイン効果とは1~2%ひずみで起こる現象で、ブッシュの仙頭に見られるように初期の剛性が非常に高くなる現象で、大変形では履歴効果が働きます。

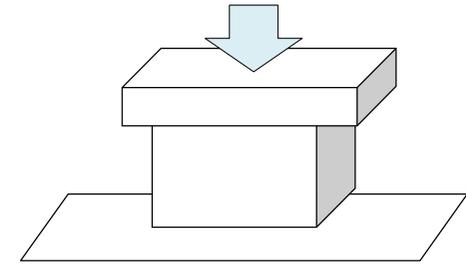
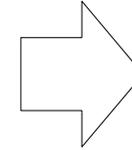
ゴムのもうひとつの特徴/ペイン効果

ペイン効果とは

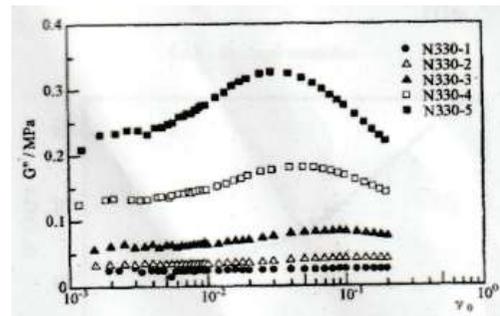
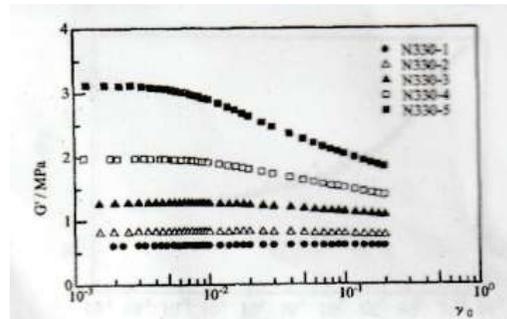
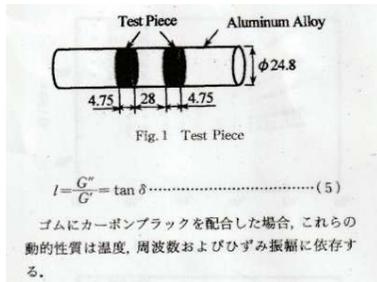
充填剤補強ゴムの動的弾性率には、大きな振幅依存性が現れ、微小領域では高弾性率でも大振幅では低弾性、1%以下で減衰が最小になることから・・・

一定ひずみでない一定周波数での振動からの動的粘弾性測定において、ひずみ振幅が大きくなるにつれて、貯蔵弾性率 G' が低下したり、損失弾性率 G'' がひずみ振幅に対して極大値を持つ現象である。
ひずみ振幅に対して、 G' と G'' の2乗和の平方根によってえられる $|G^*|$ （複素弾性率の絶対値）をプロットするとひずみ振幅に対して $|G^*|$ が低下することをペイン効果によって方向している。

難しいので
簡単に



引張では発現しにくいので



剛性

1%程度の剛性が全体よりも高い(50%程度の時も)

拡大

変位

日本機械学会論文集(C編) 76巻765号(2010-5)
 充填剤配合加硫ゴムの微小変形振動挙動 長谷川耕平 佐藤美洋/上智大学 (論文No.09-0863)

ゴムの解析に必要なもの/真実

- I 粘弾性解析：時間依存の解析に必要なもの
- II 実用的な粘弾性定義
- III 定義時の注意点/式の解釈
- IV ソフトの癖を知る
- V その他、こんな解析でも粘弾性効果が・・・
- VI 基本の非線形性定義/超弾性

・・・ 静解析領域で精度を確保することが大事

[☆彡 材料測定から定義の基本-間違いやすいこと | 寺子屋2018 \(terakoya2018.com\)](http://terakoya2018.com)

- 1) ゴムの解析予測精度を低下させるもの
3大要因、①どの領域のデータを使う ②加工工程 ③公差（硬度、寸法etc.）
- 2) 本当は合っているのに勘違い
- 3) 測定時の大変形対応/履歴効果を利用した大変形域の測定
履歴効果を利用するとより大変形域の測定が可能になる。
- 4) なぜ、一軸拘束二軸伸張で1本のカーブデータで回帰が成り立つか？

一部紹介(大変形のテクニック)、詳細は材料のページにて
“材料測定から定義の基本-間違いやすいこと” “解析用材料データベース” 参照ください。

寺子屋 サポート概要

ノウハウを提供する会社です。自立して頂く...

ゴムのお困りごと、何でも相談ください。

CAE 適用

立ち上げお手伝い

- ・セミナー、育成サポート(座学)
- ・解析初心者ご指導
- ・**ゴム材料定義**
- ・解析条件の定義方法、見直し/間違え易い定義
- ・結果の見方、処理

効率化

- ・CAD自動化
- ・解析自動化/条件設定、結果処理
- ・リバーエンジニアリング
変形状態のCAD化、Assy組み込み

実用化・運用

線形～大変形解析

・衝撃、落下解析

- ・クリープ～応力緩和解析
- ・動解析
- ・熱・金型設計
- ・疲労寿命/耐久性予測

品質管理

- ・不良原因解明
- ・原因の可視化
- ・工程改善

知識集約情報発信
標準化はCAEの役割です

寺子屋/CAE解援隊

連絡先 hagi@terakoya2018.com