

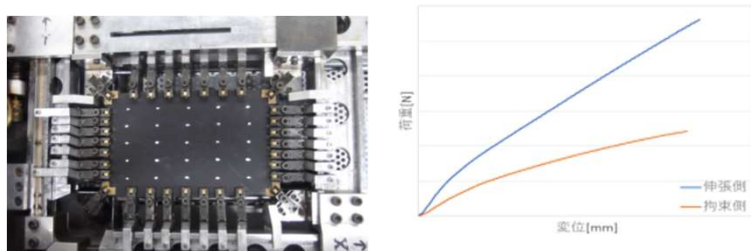
ゴムの二軸伸張試験-ひずみエネルギー密度関数 測定から回帰まで

ゴムの解析用 材料定義

Mooney 3次係数定義用
Ogden係数も調整します。

純せん断試験動画

<https://youtu.be/k4d9Rw9KEv0>



二軸伸張試験

富山で測定できます。
測定のご案内です。

<https://terakoya2018.com/wp/wp-content/uploads/2022/10/92cc235d477c41d7ea0ad12e26df5fc2.pdf>

測定結果から回帰まで

回帰のひな型販売、サポート付きです。

二軸試験の課題

全項目/個別指導付き

いろいろな理由で二軸試験ができない場合でも、単軸試験、製品試験から豊富なデータベースから推定可能

寺子屋/CAE解援隊

URL <https://terakoya2018.com>

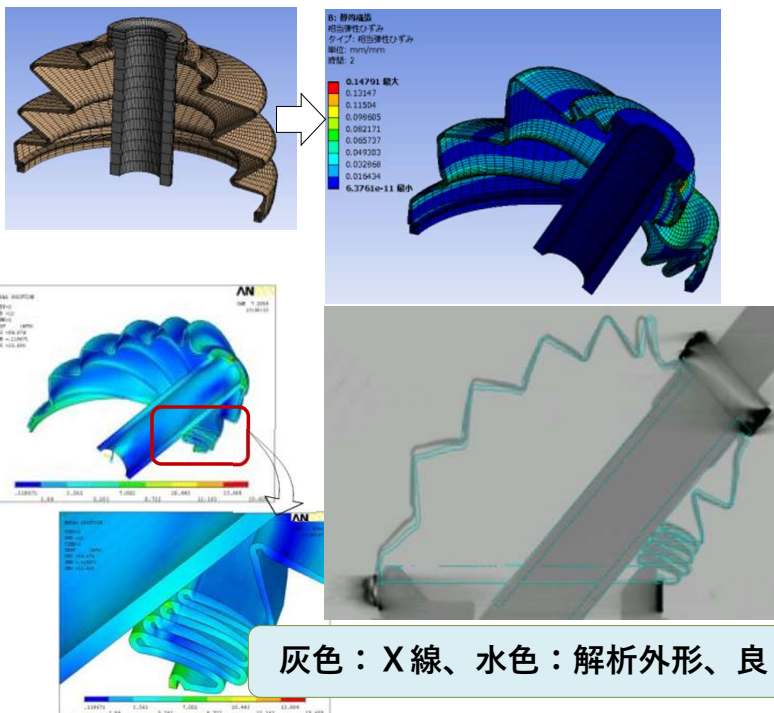
連絡先 hagi@terakoya2018.com

080-2230-8785

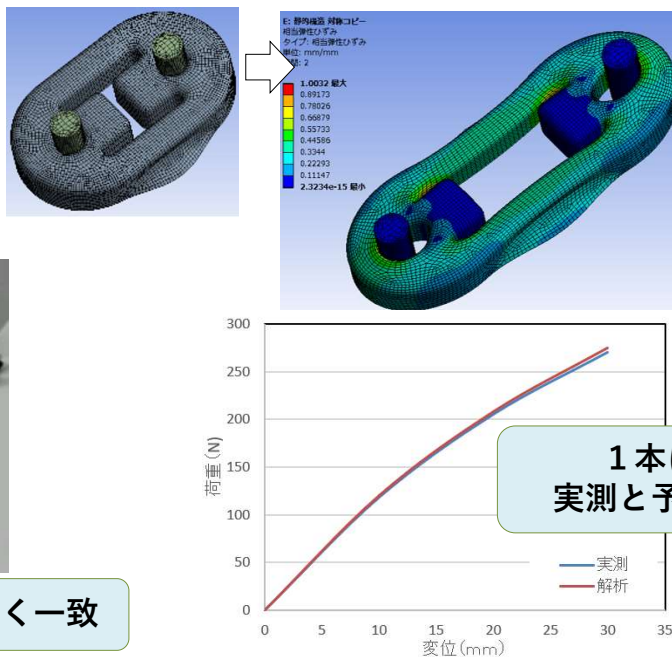
二軸試験を行い正しく定義するとこのように実測と解析が一致

①解析から正確なひずみを求める / 解析精度が基本

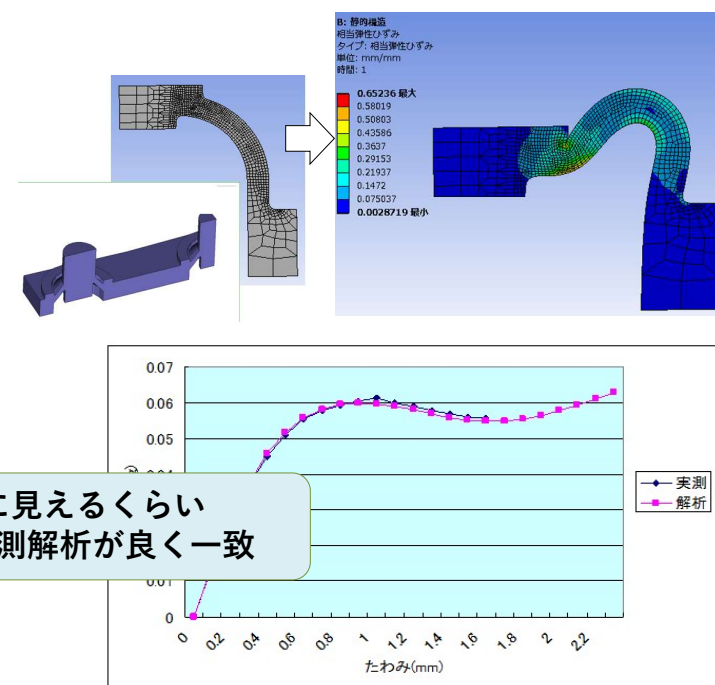
ブーツの揺動変形解析



マフラーマウントの変形解析



ラバーコンタクト クリック特性

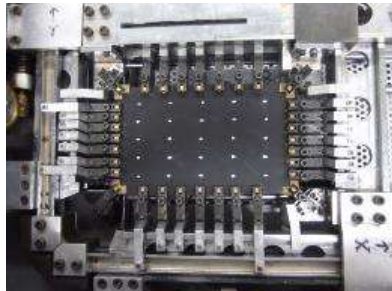


変形状態や特性が良く一致することが、各部の応力・ひずみを求める基本になります。

変形形態 二軸伸張試験から回帰概要は後程

二軸伸張試験概要

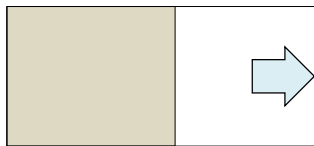
一軸拘束二軸伸張試験



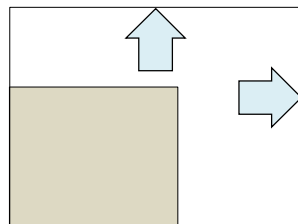
注) 製品予測のため、
この変形を推奨しています。

二軸試験変形概要

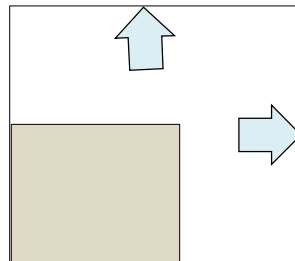
一軸拘束二軸試験



二軸試験

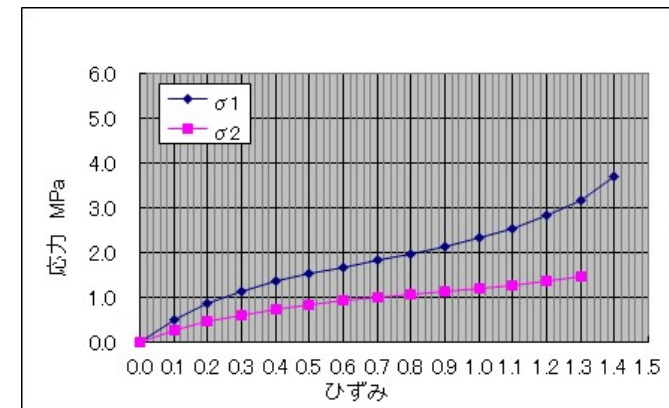


均等二軸試験



測定した荷重vs変位

⇒ 応力vs ひずみ換算



$$\sigma_1 = \frac{2}{\lambda_1} \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$

$$\sigma_2 = \frac{2}{\lambda_2} \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$

$$\sigma_3 = 0$$

よく聞かれる話ですが、単軸、一軸拘束二軸伸張（純せん断）、均等二軸のすべてのデータを使うと精度が上がります。
嘘ではありませんが、かなり課題が大きいです。

試験機のご紹介

二軸伸張試験

富山で測定できます。

測定のご案内です。

<https://terakoya2018.com/wp/wp-content/uploads/2022/10/92cc235d477c41d7ea0ad12e26df5fc2.pdf>

ご一緒しませんか、測定と回帰1日で修得できます。

二軸試験機 Mooneyさんと京都大川端先生考案（?）、
材料定義測定用 二軸伸張試験機Bistron/アイエス技研様製作

簡易二軸試験機（一軸拘束二軸伸張/純せん断専用）のご提案
- 試験機公開中 -

ゴムのひずみエネルギー密度関数 測定試験機 (Bistron)

基本式

$$W = W(I_1, I_2, I_3)$$

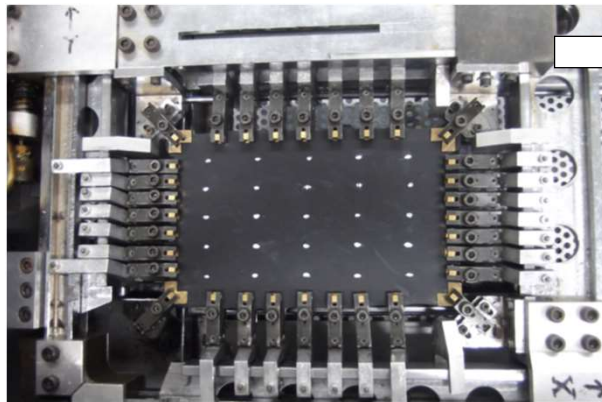
伸張比 $\lambda = 1 + \varepsilon$ として表現

テンソルとして、

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad \text{[対角線効果]}$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad \text{[面積効果]}$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1 \quad \text{[体積効果]}$$



純せん断試験

<https://youtu.be/k4d9Rw9KEv0>

均等二軸試験

<https://youtu.be/NKkxhFv2-k>



富山県 工業試験場 (南砺市) 提供

動画

シート組付け

<https://youtu.be/TcG1tmPwHAM>

https://youtu.be/mLOR5aHP0_0

試験機組付け

https://youtu.be/yVr-PHBcx_8

試験模様

<https://youtu.be/xLiuQDnKjQI>

簡易試験機の有効性（Bistron同等）証明

技術論文投稿しましたが、及第点もらえなかった(没) 投稿

<https://terakoya2018.com/wp/wp-content/uploads/2022/04/b08c41a8f28b0d6eb15615c5e1a48168.pdf>

[Microsoft Word - rZ \(terakoya2018.com\)](https://terakoya2018.com)

1. 緒言

どちらも同じです。

建物の免振ゴム、自動車のタイヤやワイパー、エンジンマウント等の各部品、OA 機器など様々なゴム材料が使われている。それら製品の挙動を開発段階で試作なしに、シミュレーションで特性を精度よく予測することは重要な課題である。その特性は、様々な式で表現されますが、そのおおもとなるデータは京都大川端李雄教授が開発した二軸伸張試験機¹⁾で採荷重するのが有効な手段である。ひずみエネルギー密度関数を定義するには、二軸伸張試験から2方向のひずみと応力の関係から定義する。しかし、装置は非常に高価で簡単に用意

3. 簡易試験機の製作及び検証

簡易試験機は、一軸拘束二軸伸張、純せん断の領域に特化して製作した。その理由は後述するが、この領域のデータで十分ひずみエネルギー密度関数の定義と精度よく解析するのにほぼ十分です。“ほぼ”というのは風船のようなものを正確にするには、やはり均等二軸試験が必要で治具を工夫することにより単軸試験機で測定可能であり、川端氏の論文でも紹介されている。チャック部は次のような形で、従来型を模倣しています。

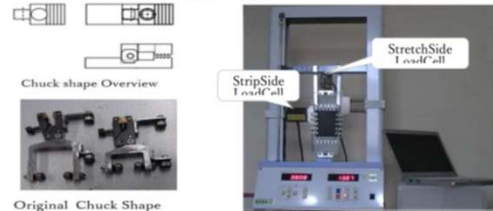


Fig.4 Overview of Simple Type Biaxial Tester



測定結果から回帰まで

Mooney 3 次式

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) + C_{11} (I_1 - 3) (I_2 - 3) \\ + C_{20} (I_1 - 3)^2 + C_{30} (I_1 - 3)^3$$

測定から回帰方法ご紹介、回帰用ひな型シート & 手順書[販売]
Ogdenなども対応可能ですが、本質は表現式ではなく測定データです。

最後にひずみエネルギー密度関数定義の課題、本当の姿を説明します。

ひずみエネルギー密度関数定義式

ひずみエネルギー密度関数 様々な表現式

1) Neo-Hookeanモデル

$$W = C_{10}(I_1 - 3)$$

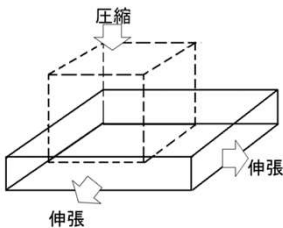
2) Mooney-Rivlin

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3)$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad \text{[対角線効果]}$$

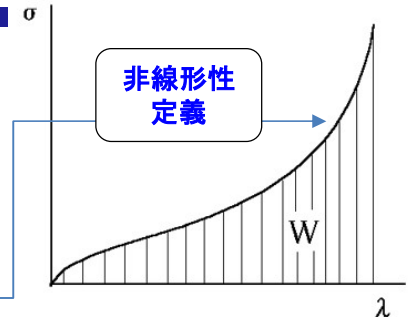
$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad \text{[面積効果]}$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1 \quad \text{[体積効果]}$$



※ $I_3=1$ は非圧縮性

最近、紛らわしい論文(圧縮性を示す誤り)



一般的に高次の定義は精度があがります。

3) Mooney高次式

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3$$

4) Ogden

$$W = \sum \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3)$$

一般的にこれら定義で解析予測精度が良いと言われる。

5) Arruda-Boyce

$$W = nk\theta \left[\frac{1}{2}(I_1 - 3) + \frac{1}{20N} \left(I_1^2 - 9 \right) + \frac{11}{1050N^2} \left(I_1^3 - 27 \right) + \frac{19}{7000N^3} \left(I_1^4 - 81 \right) + \frac{519}{673750N^4} \left(I_1^5 - 243 \right) \right]$$

ひずみエネルギー密度関数による正確な定義が必要です。

二軸伸張試験から回帰概要

Mooney高次モデルの定義

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3$$

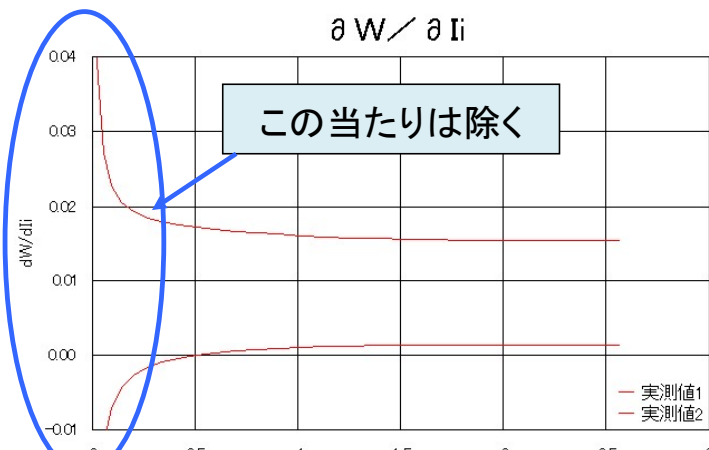
右辺はこの式と等価

$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_1} = \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[\frac{\lambda_1^3 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2^3 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right] \Rightarrow C_{10} + C_{11}(I_2 - 3) + 2C_{20}(I_1 - 3) + 3C_{30}(I_1 - 3)^2$$

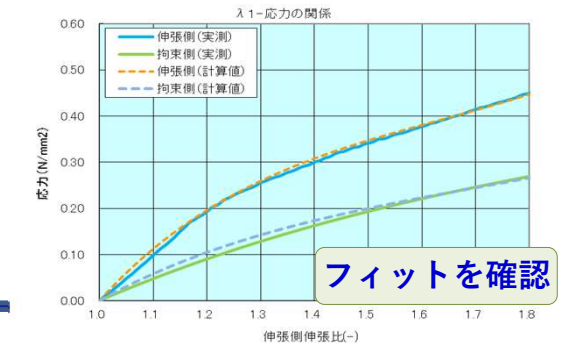
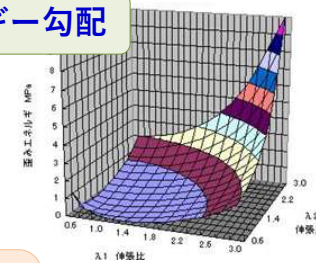
$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_2} = \frac{1}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left[\frac{\lambda_1 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right] \Rightarrow C_{01} + C_{11}(I_1 - 3)$$

EXCELアドオンで回帰分析実施

エネルギー計算表(シート)の値								係数からの計算値				
No.	λ_1	λ_2	$I_1 - 3$	$I_2 - 3$	σ_1	σ_2	dW/dI_1	dW/dI_2	dW/dI_1	dW/dI_2	σ_1	σ_2
1	1.00	1.00	0.00	0.00	0	0.00000	#DIV/0!	#DIV/0!	0.1301	0.0319	0.000	0.000
2	1.02	1.00	0.00	0.00	0.016	0.008	0.159	(0.031)	0.1301	0.0319	0.020	0.010
3	1.02	1.00	0.00	0.00	0.021	0.011	(0.058)	0.178	0.1300	0.0319	0.028	0.014
4	1.03	1.00	0.00	0.00	0.030	0.016	0.034	0.090	0.1300	0.0318	0.040	0.020
5	1.04	1.00	0.01	0.01	0.039	0.020	0.057	0.068	0.1299	0.0318	0.050	0.026
6	1.05	1.00	0.01	0.01	0.047	0.024	0.111	0.018	0.1298	0.0318	0.059	0.030
7	1.06	1.00	0.01	0.01	0.057	0.029	0.102	0.027	0.1297	0.0318	0.071	0.036
8	1.07	1.00	0.02	0.02	0.065	0.033	0.123	0.009	0.1296	0.0318	0.080	0.041
9	1.08	1.00	0.02	0.02	0.075	0.037	0.139	(0.004)	0.1295	0.0318	0.089	0.046
10	1.09	1.00	0.03	0.03	0.083	0.041	0.139	(0.003)	0.1293	0.0317	0.098	0.051
11	1.10	1.00	0.03	0.03	0.093	0.045	0.154	(0.015)	0.1292	0.0317	0.108	0.056
12	1.10	1.00	0.04	0.04	0.102	0.050	0.160	(0.019)	0.1290	0.0317	0.116	0.060



エネルギー勾配

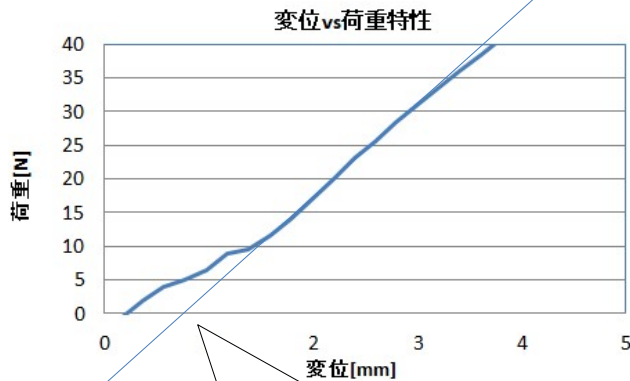


右上がり確認

詳細を短時間で説明するのは難しいですが、概要のみ説明します。
1日コースで二軸試験から回帰まで修得可能です。

概要

②接戦を引いてゼロ点を特定、データを修正する。



ここがゼロ点になる

不要セルの削除

削除 ? X

削除

- 左方向にシフト(L)
- 上方にシフト(U)
- 行全体(R)
- 列全体(C)

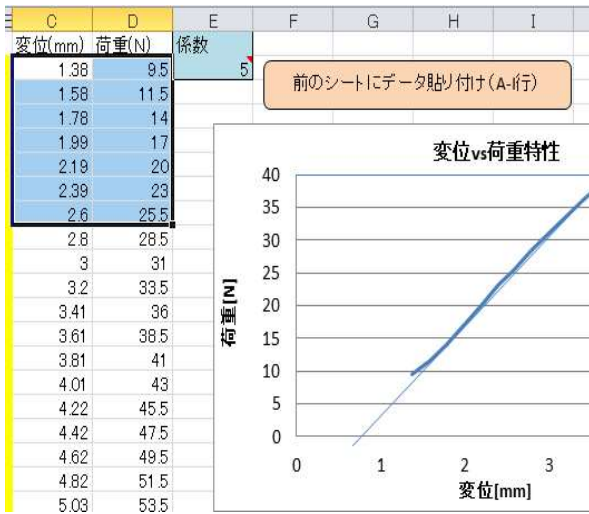
OK キャンセル

上方にシフト

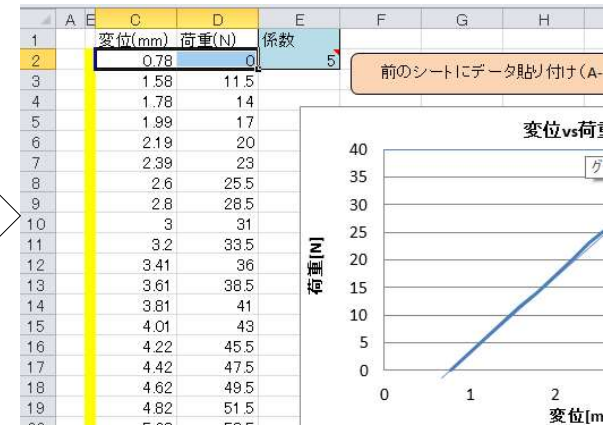
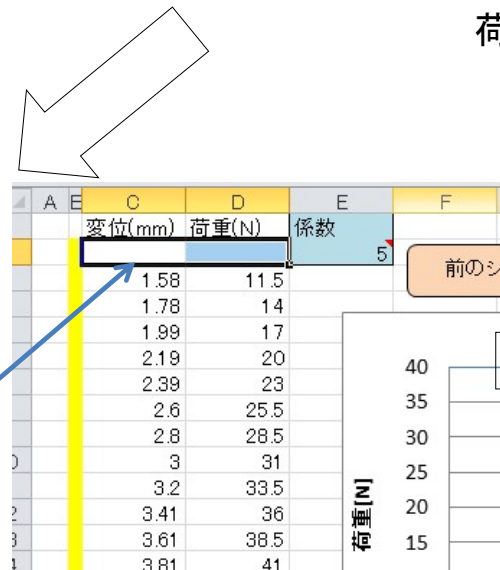
ゼロ点補正は基本です。
この点尾説明資料にあります。

荷重ゼロとその変位を入力
D列にゼロ入力

荷重ゼロの変位を入れると線が出てきます。



データが見える所
で作業できるよう
に行ったら
上方へシフトなし
削除



概要

ひずみエネルギー密度関数回帰

(EXCELシート使用して特に二軸データは200行以下にする)

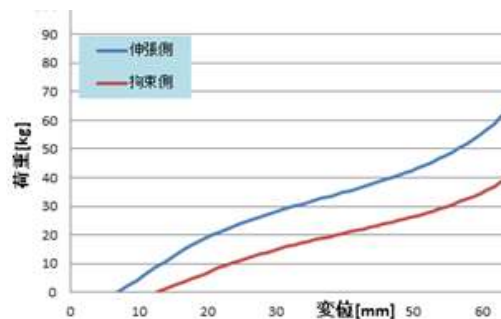
①間引き: 処理を楽にするため、データを10分の1に間引く
基本EXCELファイルに測定データをコピー、データ削減する

記録: 3回 30秒での行き、戻り繰り返し4000行のデータ(参考)

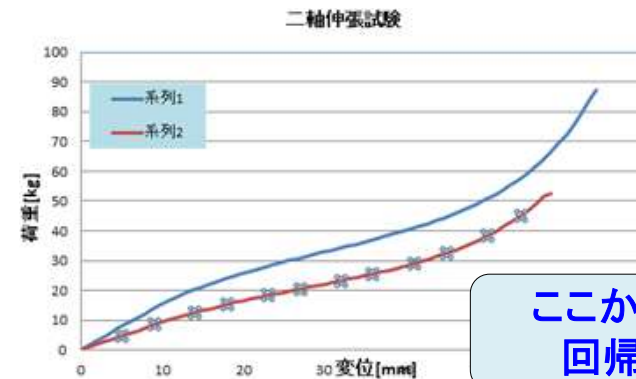
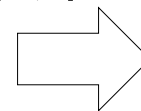
②不要データの削除: 1回目データ、若しくは3回目データのみ残す
必要なデータ以外削除する。

③ゼロ点補正 & シフト: ダレ等いの処理を行い、ゼロ点を求める

単軸、二軸共にシフトしてゼロ変位vsゼロ荷重とする



シフト



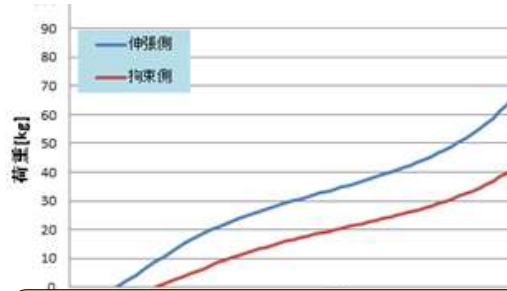
ここから
回帰

概要

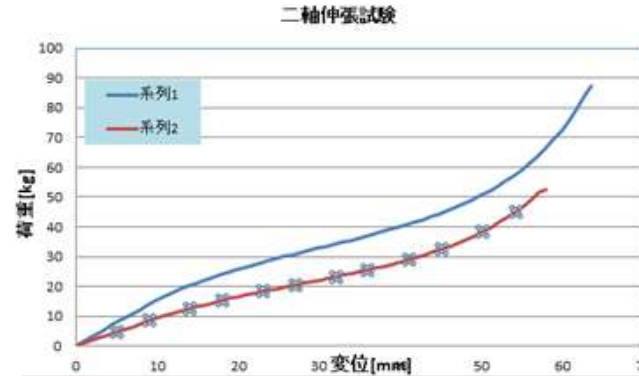
二軸データ回帰 手順概要

ゼロ点補正

ゼロ点補正すると、同じ変位に対する
X方向とY方向ではなくなりずれる



シフト



ひな形シートに張り付け回帰

シフトすると変位がずれたまま

X変位に対する
X及びY荷重を求め、右に代入

これが目的です。
では実作業...

その他 装置引張限界は200mm。

入力 コピー

サンプル厚さ

弾性率 1.192225 N/mm²

[測定結果]

試験片	変位	荷重 [kgf]	荷重Y [kgf]	変位X	[伸長比-応力換算]			
					λ 1	σ x [N/mm ²]	λ 1	σ y [N/mm ²]
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000
2	1.0000	1.0000	0.5000	1.0000	1.0100	0.1307	1.0000	0.0653
3	2.0000	2.0000	1.0000	2.0000	1.0200	0.2613	1.0000	0.1307
4	3.0000	3.0000	1.5000	3.0000	1.0300	0.3920	1.0000	0.1960
5	4.0000	4.0000	2.0000	4.0000	1.0400	0.5227	1.0000	0.2613
6	5.0000	5.0000	2.5000	5.0000	1.0500	0.6533	1.0000	0.3267
7	6.0000	6.0000	3.0000	6.0000	1.0600	0.7840	1.0000	0.3920
8	7.0000	7.0000	3.5000	7.0000	1.0700	0.9147	1.0000	0.4573
9	8.0000	8.0000	4.0000	8.0000	1.0800	1.0453	1.0000	0.5227
10	9.0000	9.0000	4.5000	9.0000	1.0900	1.1760	1.0000	0.5880
11	10.0000	10.0000	5.0000	10.0000	1.1000	1.3067	1.0000	0.6533

概要

試験装置 富山工業技術センター、生活工学研究所
 試験方法 2軸引張試験機をつかみ具にゴムシート
 試験内容 2軸引張試験、1軸固定1軸引張試験
 引張速度 1.0mm/s
 予備引張 ①1回目 事前の予備引張等を行わず
 ②1回目、2回目と同じ伸張量で3回目
 試験結果 引張試験結果シートに記載
 距離[mm]はクロス間ヘッド距離の増加分を示す。
 荷重は引張荷重[kg]
 その他 装置引張限界は200mm。

このシートの色に
 入力すると他は自動計算される

サンプル厚さ

ヤング率 1.102235 N/mm²

入力 コピー

【測定結果】

試料No.	No1				【伸長比-応力換算】			
試験片	厚さ[mm]	幅[mm]	変位	変位	λ1	σx	λ1	σy
			変位	荷重	荷重Y	[kgf]	[kgf]	[N/mm ²]
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	1.0000	1.0000	0.5000	1.0000	1.0100	0.0000	0.0000	0.0000
3	2.0000	2.0000	1.0000	2.0000	1.0200	0.0000	0.0000	0.0000
4	3.0000	3.0000	1.5000	3.0000	1.0300	0.0000	0.0000	0.0000
5	4.0000	4.0000	2.0000	4.0000	1.0400	0.0000	0.0000	0.0000
6	5.0000	5.0000	2.5000	5.0000	1.0500	0.6533	1.0000	0.3267
7	6.0000	6.0000	3.0000	6.0000	1.0600	0.7840	1.0000	0.2920
8	7.0000	7.0000	3.5000	7.0000	1.0700	0.9147	1.0000	0.2573
9	8.0000	8.0000	4.0000	8.0000	1.0800	1.0453	1.0000	0.2227
10	9.0000	9.0000	4.5000	9.0000	1.0900	1.1760	1.0000	0.5880
11	10.0000	10.0000	5.0000	10.0000	1.1000	1.3067	1.0000	0.6533
12	11.0000	11.0000	5.5000	11.0000	1.1100	1.4373	1.0000	0.7187
13	12.0000	12.0000	6.0000	12.0000	1.1200	1.5680	1.0000	0.7840
14	13.0000	13.0000	6.5000	13.0000	1.1300	1.6987	1.0000	0.8493
15	14.0000	14.0000	7.0000	14.0000	1.1400	1.8293	1.0000	0.9147
16	15.0000	15.0000	7.5000	15.0000	1.1500	1.9600	1.0000	0.9800
17	16.0000	16.0000	8.0000	16.0000	1.1600	2.0907	1.0000	1.0453
18	17.0000	17.0000	8.5000	17.0000	1.1700	2.2213	1.0000	1.1107
19	18.0000	18.0000	9.0000	18.0000	1.1800	2.3520	1.0000	1.1760
20	19.0000	19.0000	9.5000	19.0000	1.1900	2.4827	1.0000	1.2413
21	20.0000	20.0000	10.0000	20.0000	1.2000	2.6133	1.0000	1.3067

1) 応力計算を行うため
 シート厚みを入力する

X補正変位とX荷重、Y荷重の
 データをコピーして回帰シートへ数値貼り付け

3) 拘束側荷重は
 先に近似した式で入力

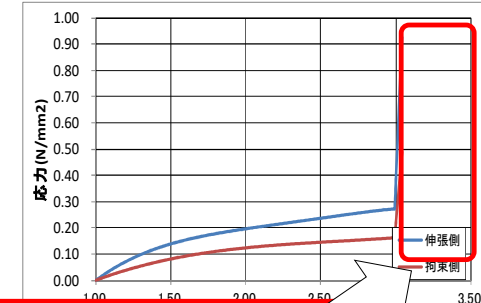
2) 伸張側コピーで
 値を張り付け

開発 ⇒ マクロ ⇒ エラー行削除
 不要なものが消去可能

シート(4)元データ確認(軸引張1軸固定)

1軸引張1軸固定(X軸引張、Y軸固定)

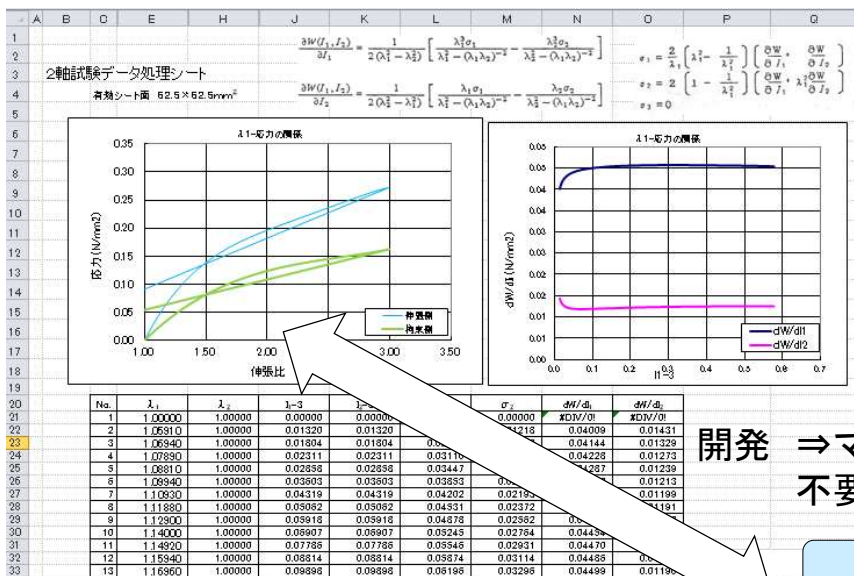
No1				
λ1	σ(N/mm ²)	λ2	σ(N/mm ²)	
1	1.00000	0.00000	1.00000	0.00000
2	1.05910	0.02364	1.00000	0.01218
3	1.06940	0.02755	1.00000	0.01423
4	1.07890	0.03110	1.00000	0.01609
5	1.08810	0.03447	1.00000	0.01788
6	1.09940	0.03853	1.00000	0.02005
7	1.10930	0.04202	1.00000	0.02193
8	1.11880	0.04531	1.00000	0.02372
9	1.12900	0.04878	1.00000	0.02562
10	1.14000	0.05245	1.00000	0.02764
11	1.14920	0.05546	1.00000	0.02931
12	1.15940	0.05874	1.00000	0.03114
13	1.16960	0.06196	1.00000	0.03296
14	1.17950	0.06502	1.00000	0.03470
15	1.18910	0.06794	1.00000	0.03637
16	1.19960	0.07107	1.00000	0.03800
17	1.20920	0.07387	1.00000	0.03958
18	1.21980	0.07692	1.00000	0.04114
19	1.22930	0.07959	1.00000	0.04267
20	1.23920	0.08233	1.00000	0.04417



3) 測定データ以外のひな形データ
 が残っているため
 測定データでないものを削除する。

概要

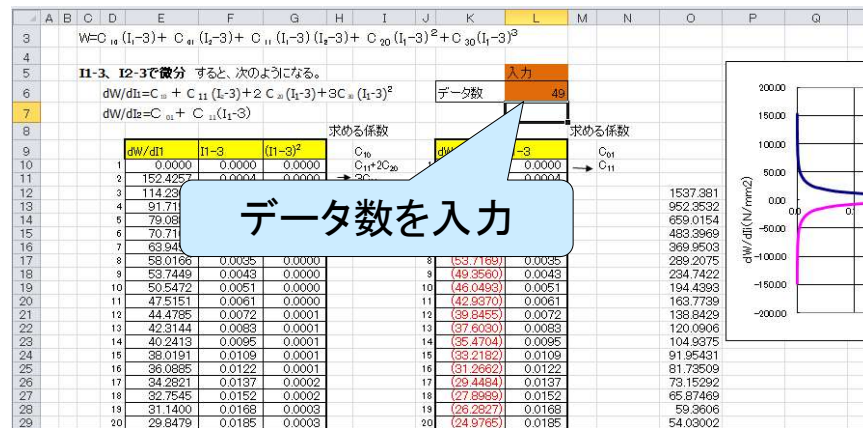
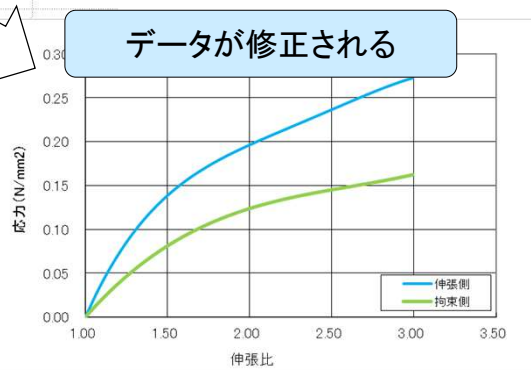
順次、ひな形EXCELシートを左から確認する。
 入力は、シート:(2)元データ 試験条件のみで自動的に計算される。
 シート(6)ひずみエネルギー計算表が、 回帰データ



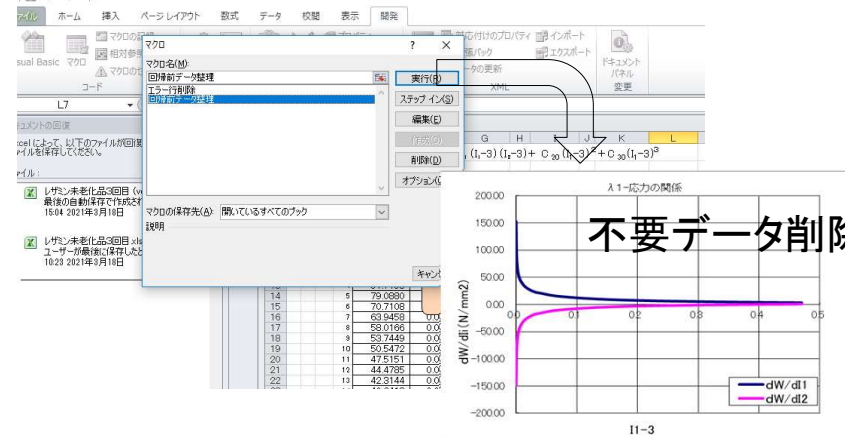
開発 ⇒ マクロ ⇒ エラー行削除
 不要なものが消去可能

7) エラーの行を削除する

212	2.96200	1.00000	8.88742	8.88742	0.27097	0.18112	0.04091
213	2.97190	1.00000	8.94542	8.94542	0.27154	0.18152	0.04096
214	2.98210	1.00000	7.00536	7.00536	0.27212	0.18194	0.04051
215	2.99220	1.00000	7.06534	7.06534	0.27268	0.18237	0.04045
216	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!
217	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!
218	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!
219	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!
220	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!	#REF!



開発 ⇒ マクロ ⇒ 回帰前データ整理[実行]



概要

回帰の方法が不明な方は次ページへ

EXCEL アドインで分析をONとする。

回帰方法は、EXCELの回帰方法
(次ページ記載参照)

$$dW/dI_1 = C_{10} + C_{11}(I_1-3) + 2C_{20}(I_1-3)^2 + 3C_{30}(I_1-3)^3$$

	A	B	C	D	E	F
10	分散分析表					
11		自由度	変動	分散	割された分散	有意 F
12	回帰	2	0.031026	0.015513	29.46771	1.09E-06
13	残差	20	0.010529	0.000526		
14	合計	22	0.041554			
15						
16		係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%
17	切片	2.151574	0.030846	69.75169	2.33E-25	2.08723
18	X 値 1	-0.94913	0.153868	-6.16849	5.01E-06	-1.27009
19	X 値 2	1.169312	0.170196	6.870367	1.13E-06	0.814288
20						

2))係数回帰 シート から回帰を行う。

エネルギー関数

$$W = C_{10}(I_1-3) + C_{01}(I_2-3) + C_{11}(I_1-3)(I_2-3) + C_{20}(I_1-3)^2 + C_{30}(I_1-3)^3$$

I1-3、I2-3で微分すると、次のようになる。

$$dW/dI_1 = C_{10} + C_{11}(I_2-3) + 2C_{20}(I_1-3) + 3C_{30}(I_1-3)^2$$

$$dW/dI_2 = C_{01} + C_{11}(I_1-3)$$

求める係数

dW/dI1	I1-3	(I1-3) ²	
1	0.0000	0.0000	C ₁₀
2	0.0050	0.0000	C ₁₁ +2C ₂₀
3	0.0079	0.0001	3C ₃₀
4	0.0116	0.0001	
5	0.0165	0.0003	
6	0.0214	0.0005	
7	0.0269	0.0007	
8	0.0335	0.0011	
9	0.0404	0.0016	
10	0.0488	0.0024	
11	0.0566	0.0032	
12	0.0656	0.0043	
13	0.0748	0.0056	

求める係数

dW/dI2	I1-3	
1	0.0000	C ₀₁
2	0.0050	C ₁₁
3	0.0079	
4	0.0116	
5	0.0165	
6	0.0214	
7	0.0269	
8	0.0335	
9	0.0404	
10	0.0488	
11	0.0566	
12	0.0656	
13	0.0748	

$$dW/dI_2 = C_{01} + C_{11}(I_1-3)$$

	A	B	C	D	E	F
1	概要					
2	回帰統計					
4	重相関 R	0.859053				
5	重決定 R2	0.737972				
6	補正 R2	0.727491				
7	標準誤差	0.08892				
8	観測数	27				
9						
10	分散分析表					
11		自由度	変動	分散		
12	回帰	1	0.556717	0.55671		
13	残差	25	0.197671	0.00790		
14	合計	26	0.754388			
15						
16		係数	標準誤差	t		
17	切片	-0.92322	0.03709	-24.88		
18	X 値 1	0.724731	0.08637	8.3910		
19						

データ分析

分析ツール(A)

- 基本統計量
- 指数平滑
- F 検定: 2 標本を使った分散の検定
- フーリエ解析
- ヒストグラム
- 移動平均
- 乱数発生
- 順位/百分位数
- 回帰分析

回帰分析

POINT: I1-3=0.1以上での回帰とする

概要

I 1での微分

$$dW/dI_1 = C_{10} + C_{11}(I_1-3) + 2C_{20}(I_1-3) + 3C_{30}(I_1-3)^2$$

C10、C11+2C20、3C30を求める

dW/dI1	I1-3	(I1-3) ²	求める係数	dW/dI2	I1-3	求める係数
#DIV/0!	0.0000	0.0000	C ₁₀	#DIV/0!	0.0000	C ₀
1.6537	0.0004	0.0000	C ₁₁ +2C ₂₀	0.0041	0.0004	C ₁
1.6740	0.0016	0.0000	→ 3C ₃₀	0.0082	0.0016	
1.6942	0.0035	0.0000		0.0122	0.0035	
1.7143	0.0062	0.0000		0.0163	0.0062	

POINT: I1-3=0.1以上での回帰とする

I 2での微分

C01、C11を求める

dW/dI2	I1-3	求める係数
#DIV/0!	0.0000	C ₀
0.0041	0.0004	C ₁
0.0082	0.0016	
0.0122	0.0035	
0.0163	0.0062	
0.0204	0.0095	
0.0244	0.0136	
0.0285	0.0183	
0.0325	0.0237	
0.0365	0.0296	
0.0406	0.0364	
0.0446	0.0437	
0.0485	0.0516	
0.0525	0.0600	
0.0564	0.0691	
0.0604	0.0786	
0.0643	0.0888	
0.0681	0.0994	
0.0720	0.1106	
0.0758	0.1223	
0.0797	0.1344	
0.0835	0.1471	
0.0872	0.1603	
0.0910	0.1739	
0.0947	0.1880	
0.0984	0.2025	
0.1020	0.2175	
0.1057	0.2329	

概要

$$dW/dI_1 = C_{10} + C_{11}(I_1-3) + 2C_{20}(I_1-3) + 3C_{30}(I_1-3)^2$$

	A	B	C	D	E	F
10	分散分析表					
11		自由度	変動	分散	割された分散	有意 F
12	回帰	2	0.031026	0.015513	29.46771	1.09E-06
13	残差	20	0.010529	0.000526		
14	合計	22	0.041554			
15						
16		係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%
17	切片	2.151574	0.90846	60.75160	2.33E-25	2.08723
18	X 値 1	-0.94913	0.50868	6.16848	5.01E-06	1.27008
19	X 値 2	1.169312	0.70190	6.870367	1.13E-06	0.814288
20						

3) 係数検証 シートへ移動
 を回帰した係数から参照

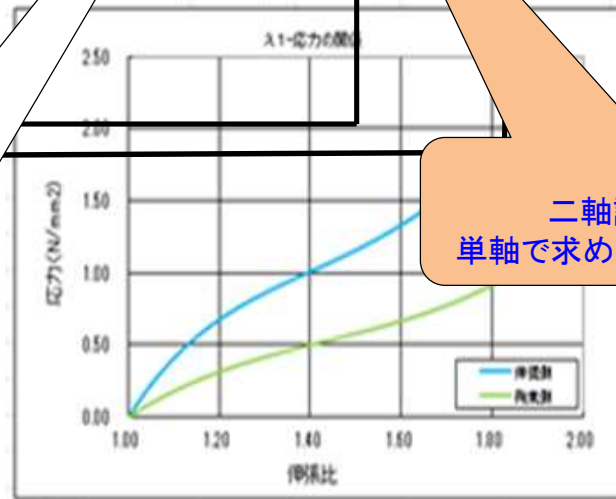
$$dW/dI_2 = C_{01} + C_{11}(I_1-3)$$

	A	B	C	D
1	概要			
2				
3	回帰統計			
4	重相関 R	0.859053		
5	重決定 R2	0.737972		
6	補正 R2	0.727491		
7	標準誤差	0.06892		
8	観測数	27		
9				
10	分散分析表			
11		自由度	変動	分散
12	回帰	1	0.556717	0.556717
13	残差	25	0.197671	0.007907
14	合計	26	0.754388	
15				
16		係数	標準誤差	t
17	切片	-0.92322	0.43768	-2.10910
18	X 値 1	0.724731	0.08637	8.391048
19				

それぞれの回帰
 係数を参照

最終結果

	C10	C01	C11	C20	C30
係数	5.2827E-01	5.5064E-02	1.5588E+00	-7.7942E-01	0.0000E+00
真ヤング率		2.1509E+00			
算出ヤング率		3.5			
入力	4.560E-01	2.5600E-01	7.2473E-01	-3.6237E-01	0.0000E+00
			C11-2C20=		
			3C30=		



最後に
 二軸試験の都合から
 単軸で求めた真のヤング率を確認

ゴムのエネルギー密度関数の研究マップ

1960年ころ、現JSR様

川端先生

Mooneyさん

河合先生

坂口先生

JSR社員 藪田氏

このころ二軸試験機が出来てきた。(ほぼ完成型)



二軸試験機

京都大学
川端先生

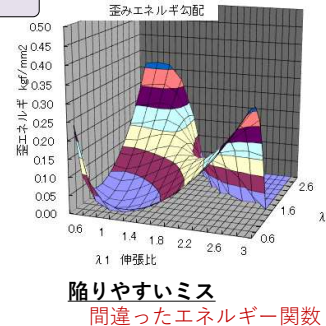
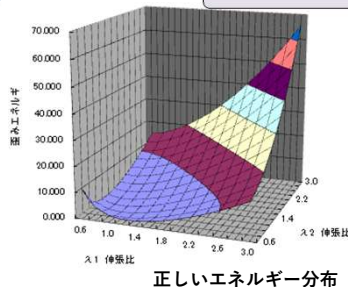
滋賀県立大
山下先生

同志社大学
坂口先生

1991年～
萩本研究参加

藪田顧問
紹介でスタート

ゴムのエネルギー関数
 $W=W(\lambda_1, \lambda_2)$



奈良
女子大学

※布に特化した研究

筑波大学

九州

山梨大学

新潟

琉球大学

メカニカルデザインさん
も受託試験

富山県産業技術研究開発センター

HOME Program About News Facility Publication Development Industrial property rights

生活工学研究所

「衣」、「住」、「遊」といった人間生活に関係する産業製品の開発や生産を支援するための研究指導を行っています。特に、感覚、生理あるいは動作等人間特性の計測評価をととして人間適合型の生活関連製品の開発、生産を促進するための研究に重点を置いています。

〒939-1503 富山県南砺市岩武新35-1 TEL:0763-22-2141 FAX:0763-22-4604

富山県産業技術研究開発センター (pref.toyama.jp)

公共試験場で1日の講習・実習で、十分回帰まで修得できます。

ひずみエネルギー密度関数の利点

ひずみエネルギー密度関数の表現式

$$W = W(I_1, I_2, I_3)$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

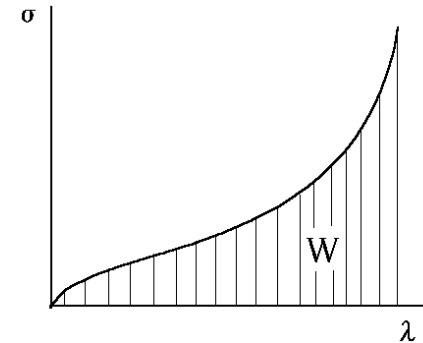
$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1$$

[対角線効果]

[面積効果]

[体積効果]



1) Neo-Hookeanモデル

$$W = C_{10}(I_1 - 3) \quad \dots \quad \text{最も単純な材料表現}$$

ヤング率を正確に求めると、1次定義でも

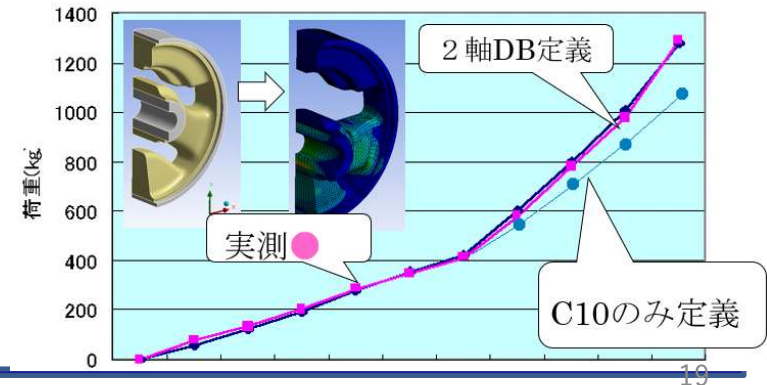
$$\text{ヤング率} = 6C_{10}$$

これだけで、ある程度の精度アップします。

根本的な問題はへたりを無視していることです。
(詳細略、お尋ねください)

$C_{10} = E/6$ の関係

ハの字型マウントの特性予測解析



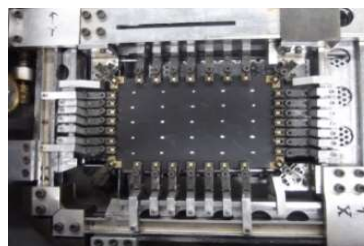
いろいろな理由で二軸試験ができない場合でも、単軸試験、製品試験から豊富なデータベースから推定可能

ひずみエネルギー密度関数サンプル販売

二軸試験機



Mooney式: $W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3)+C_{01}(I_1-3)(-I_2-3)+C_{20}(I_1-3)^2+C_{30}(I_1-3)^3$



サンプル取り付け部

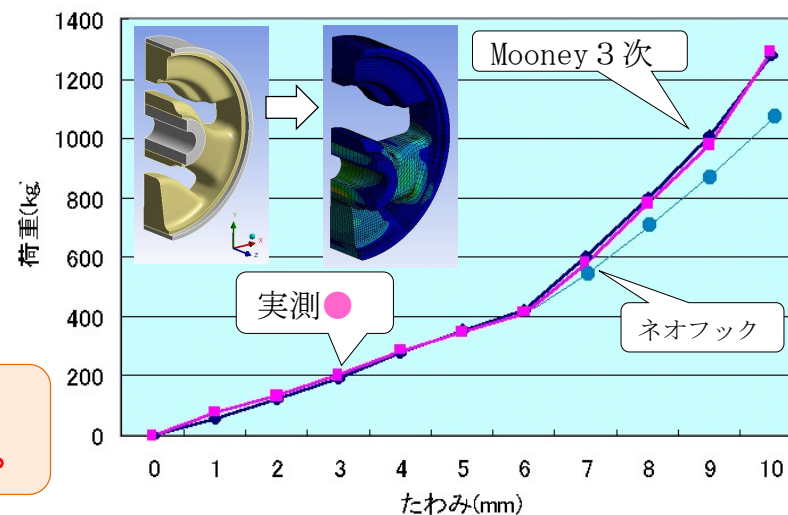
Ogdenも+1万円で対応

最も単純な材料表現

Neo-Hookeanモデル

$$W=C_{10}(I_1-3)$$

逆に言えば、ヤング率を正確に採れば
その6分の1、ネオフックC10でこれだけ合います。



Mooney3次関数での材料販売しています。

$$\text{Mooney式: } W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{01}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad \text{N/mm}^2$$

データ例)

せん断弾性率	C10	C01	C11	C20	C30
9.500	4.27702E+00	6.56858E-01	-1.39251E-01	-2.14736E-02	1.15420E+00

ゴム協会発行

ゴム材料の基礎に掲載の基本配合でのMooney3次係数構築

Ogden材への変換も可能です。

- ①天然ゴム (NR) [35 - 80 Hs]
- ②チレングム (SBR) [35 - 80 Hs]
- ③ニトリルゴム (NBR) [35 - 80 Hs]
- ④フッ素ゴム [55 - 80 Hs]
- ⑤クロロプレンゴム (CR) [48 - 75 Hs]
- ⑥シリコン [35 - 60 Hs]
- ⑦エチレン・プロピレンゴム [50 - 80 Hs]

他の材質、硬度も対応可能ですのでご相談ください。

注意すべき点

- ・硬度と剛性の関係はありませんが、ある程度標準配合でしたら、硬度から推定可能です。
- ・より精度良い材料データをご要望の場合、短冊用伸張試験もお勧めします。
短冊での単軸試験から適切な材料をお届けします。(短冊サンプル 10mm×5mm 厚み1~2mm目安)
- ・よりフィットさせるには二軸伸張測定をお勧めします。

1材料 24,000円(税込み) 複数割あり、2枚目20%(19,200円)、
3枚目からプラス10%OFF(3枚目17,280円)となります。

寺子屋/CAE解援隊

URL <https://terakoya2018.com>

連絡先 hagi@terakoya2018.com

080-2230-8785

二軸試験の課題

いろいろな理由で二軸試験ができない場合でも、単軸試験、製品試験から豊富なデータベースから推定可能

二軸試験を行う場合、小型試験機でも 50 mm^2 のシートが最低限必要です。

1辺 50 mm はなんとかなくても、もう1辺の大きさを確保するのは難しいものです。

ましてゴム屋さんでない場合は、メーカー様に要求して作ってもらったり・・・

単軸試験・製品から豊富なデータベースと照合してひずみエネルギー密度関数提出可能です。

有料（測定からは $10\text{万}+$ 税）・**無料サンプル**あります。

どの領域を測定するかで精度が

間違いではありませんが、単軸、一軸拘束二軸伸張（純せん断）、均等二軸試験、

すべてのデータを回帰すると精度が上がる？

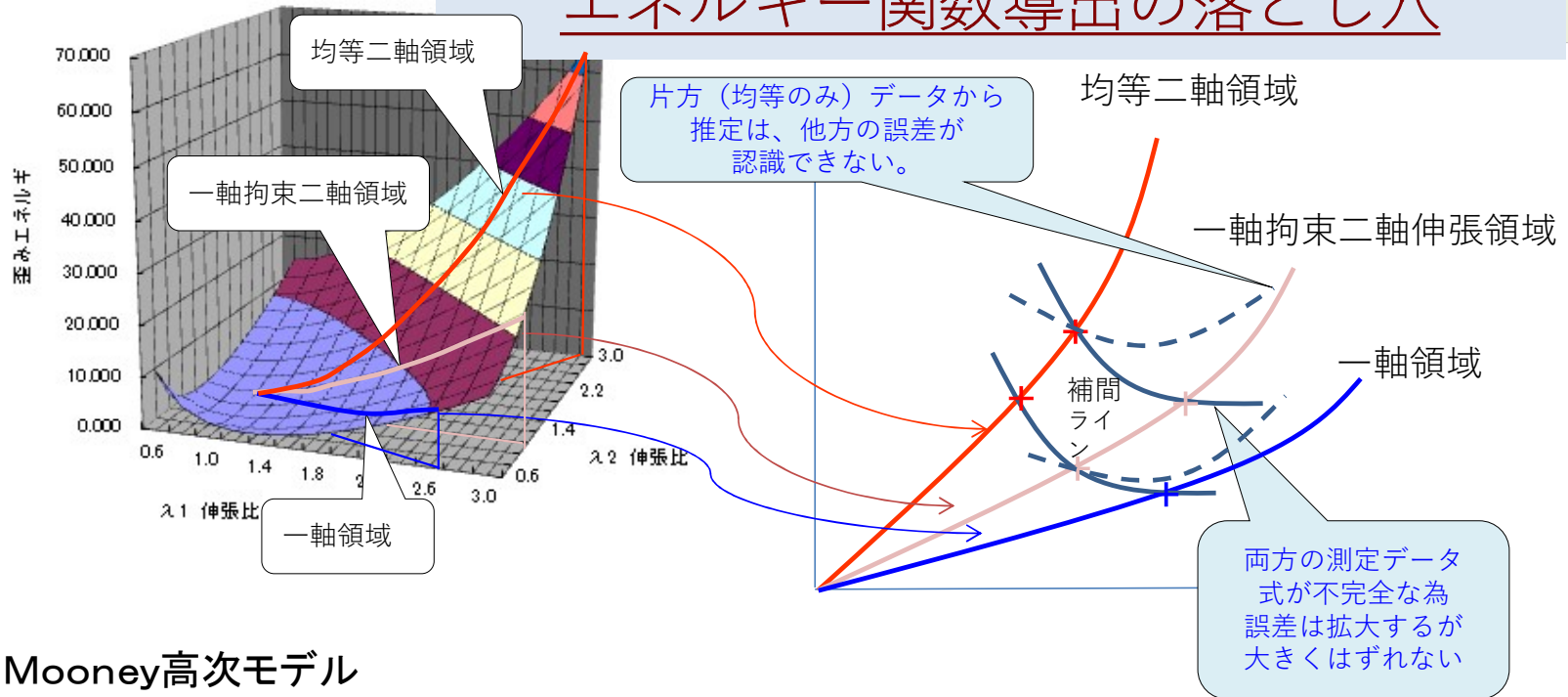
2方向回帰の重要性

二軸試験なのになぜ、ソフトには1軸方向のデータしか使わないのか。

どの領域を測定するかで精度が

間違いではありませんが、**単軸、一軸拘束二軸伸張（純せん断）、均等二軸試験、**

エネルギー関数導出の落とし穴



1) Mooney高次モデル

$$\begin{aligned}
 W = & C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \\
 & + C_{11} (I_1 - 3) (I_2 - 3) \\
 & + C_{20} (I_1 - 3)^2 + C_{30} (I_1 - 3)^3
 \end{aligned}$$

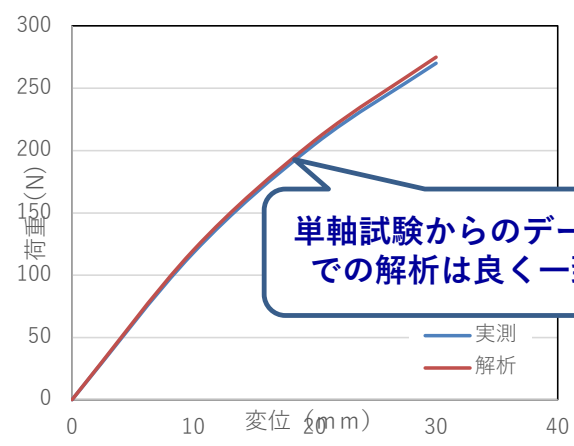
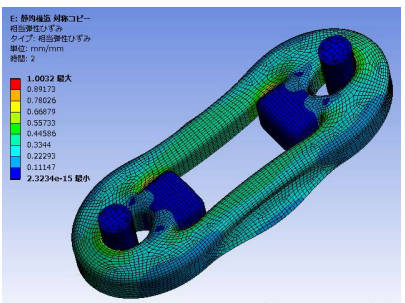
2) Ogdenデル

$$W = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^\alpha + \lambda_2^\alpha + \lambda_3^\alpha - 3)$$

すべての領域を網羅できる、
完ぺきな式ではありません。

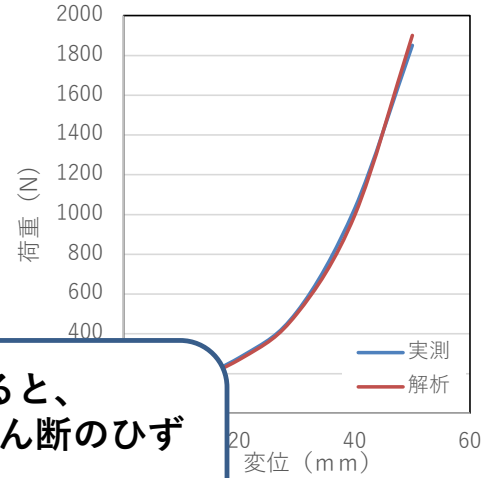
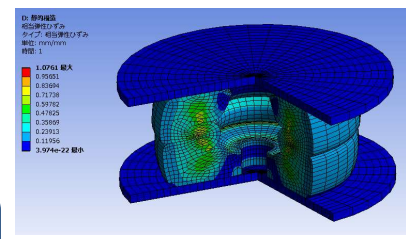
→ 製品のターゲットに合せたエネルギーデータ収集

マフラーマウントの変形解析



単軸試験からのデータでの解析は良く一致

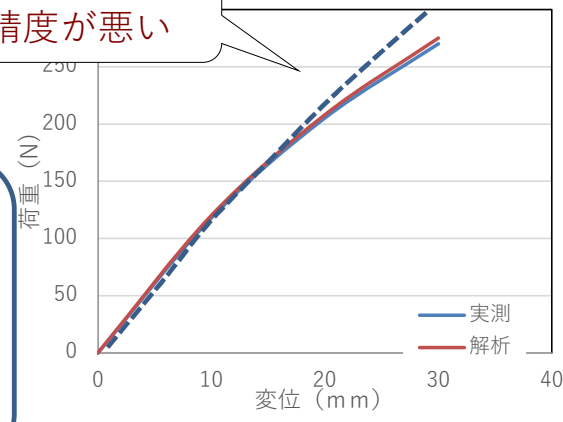
クッションラバーの変形解析



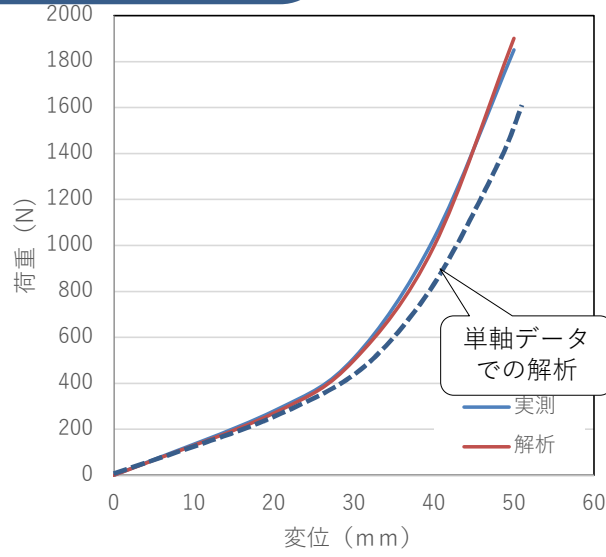
各部のひずみを確認すると、
単軸よりも二軸、それも純せん断のひずみ分布に近い
⇒ 二軸試験、純せん断データが有効)

一軸拘束二軸伸張領域のデータで解析

二軸試験からでは予測精度が悪い



この製品は、一方向に伸張
第二、第三方向は圧縮ひずみ
輪ゴムの変形に近く
単軸試験データが有効



二軸均等伸張データで予測できるのは、風船のような製品

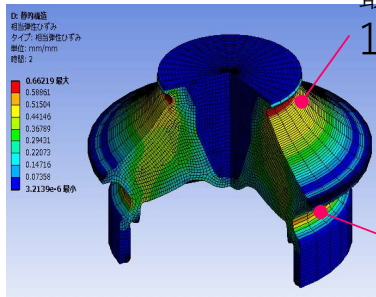


2方向に均等に伸張する製品は
ゴム製品でも少ない
⇒ 均等二軸伸張の領域データは不要

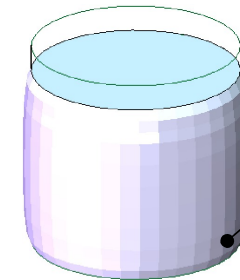
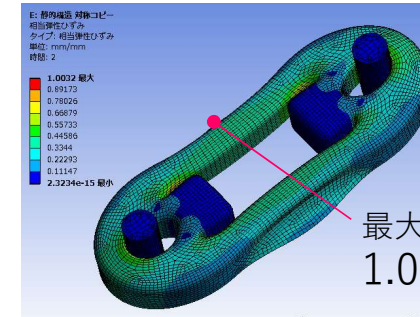
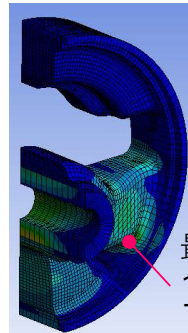
単軸試験が有効です

二軸試験で一軸拘束二軸伸張試験が有効な理由

最大-中間-最小主ひずみ成分 をみれば
最大-中間-最小

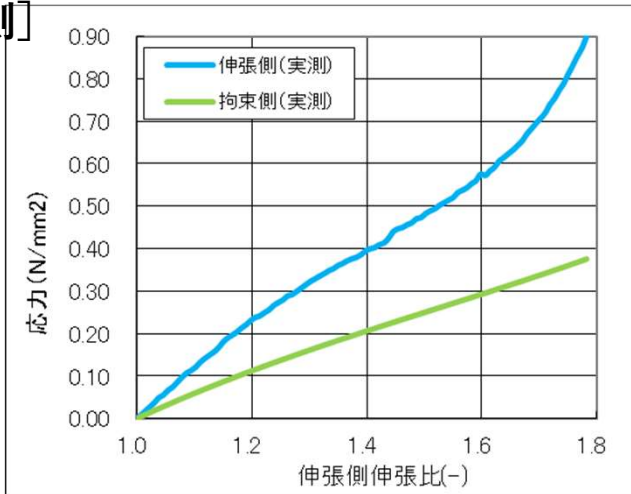


最大-中間-最小
1.0 : 0.6 : -1.4



いずれもひずみを確認すればわかるように
均等二軸とよりも純せん断（一軸拘束二軸伸張）、単軸試験が有効です。

測] [一軸拘束二軸伸張試験の実



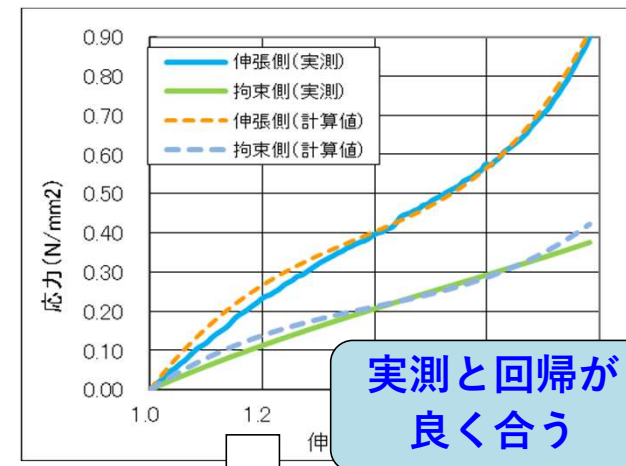
回帰

一軸拘束二軸伸張試験からの回帰係数

単位: N/mm2

C10	C01	C11	C20	C30
1.9189E-01	2.6448E-02	-1.0841E-02	-4.8180E-02	3.4297E-02

回帰精度確認

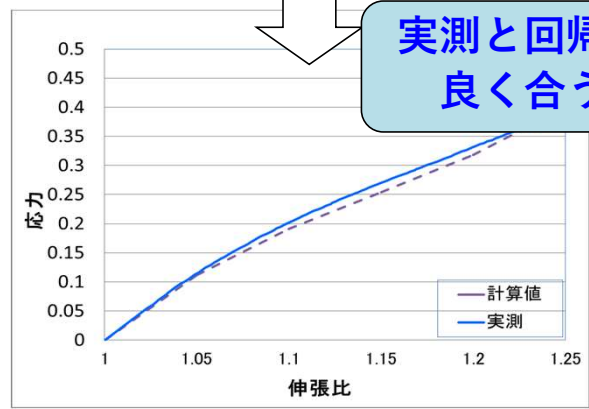


均等二軸伸張試験からの回帰係数

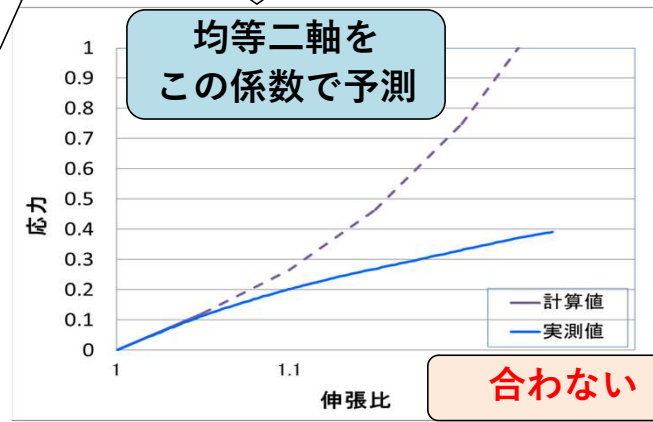
単位: N/mm2

C10	C01	C11	C20	C30
3.0360E-01	-8.5264E-02	1.3040E-01	-3.0036E-01	3.4198E-01

実測と回帰が良く合う



均等二軸をこの係数で予測



一軸拘束二軸、均等二軸 共通で精度よく回帰することは難しい。

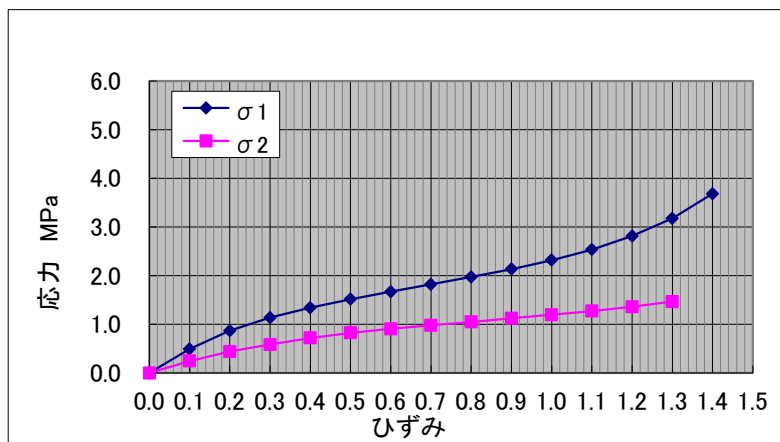
なぜ、各解析ソフトのカーブフィットが
引張側のみのデータのみで

回帰、Mooney、Ogden係数が求められるのか？

不思議です、まだまだ勉強不足でしょうか？

二軸試験から荷重vs変位 測定
⇒ 応力vs ひずみ換算

応力とひずみエネルギー密度の関係



$$\sigma_1 = \frac{2}{\lambda_1} \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$

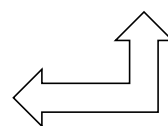
$$\sigma_2 = \frac{2}{\lambda_2} \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$

$$\sigma_3 = 0$$

※有効断面がポイント

$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_1} = \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[\frac{\lambda_1^3 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2^3 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right]$$

$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_2} = \frac{1}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left[\frac{\lambda_1 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right]$$



Ogdenでは、

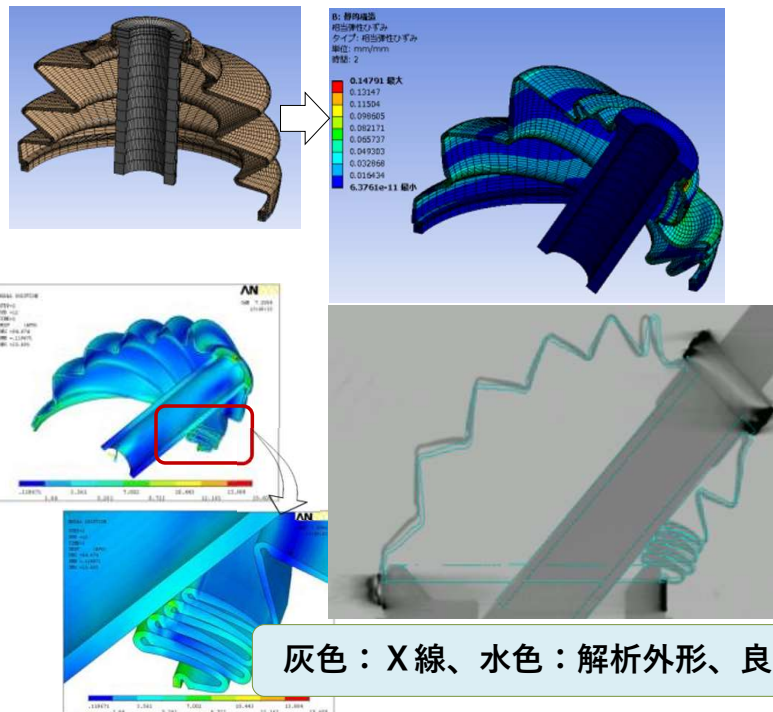
$$\sigma_1 = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda_n^{\alpha_n - 1} - \lambda_n^{-\alpha_n - 1})$$

$$\sigma_2 = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{-1} - \lambda^{-\alpha_n - 1})$$

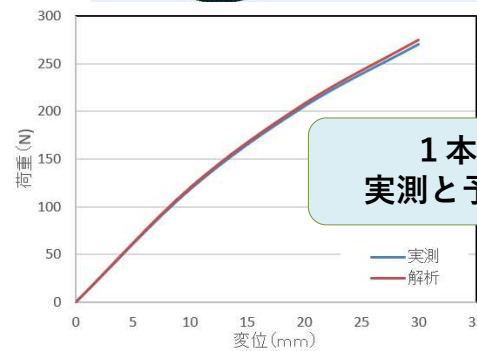
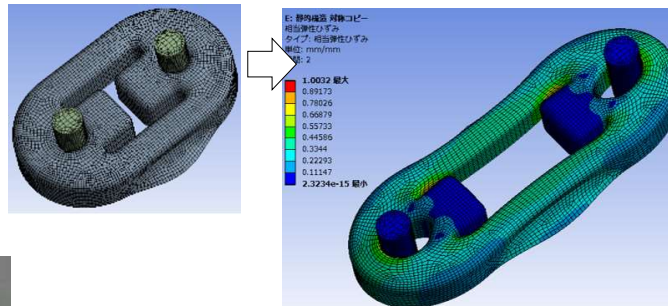
ひずみエネルギー密度関数の利点

①解析から正確なひずみを求める / 解析精度が基本

ブーツの揺動変形解析

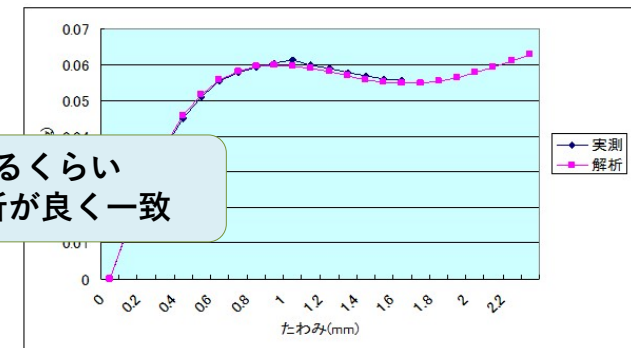
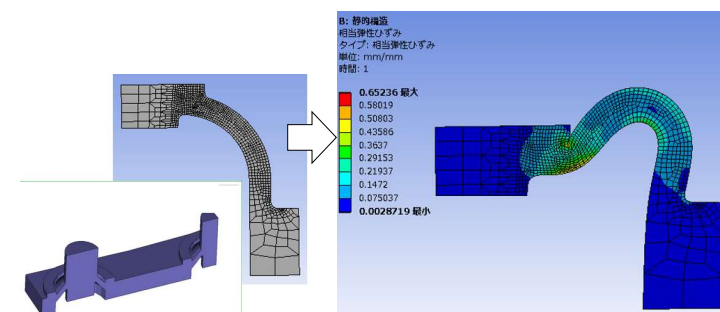


マフラーマウントの変形解析



1本に見えるくらい
実測と予測解析が良く一致

ラバーコンタクト クリック特性



ひずみエネルギー密度関数を正確に定義すると、変形状態や特性がより良く一致します。

履歴書



進学校の予定が
推薦入学で
オリンピックめざし
インターハイまで

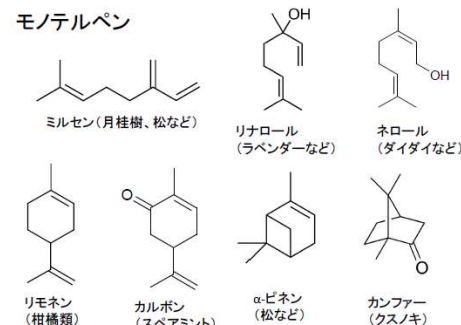
中学 ⇒ 高校

大学

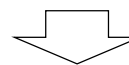
物理が苦手な化学専攻
香水の合成

英語勉強せず
(化学と数学で突破)

ちょっとしたこと
推薦でなく受験

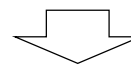


快い香りのものが多い



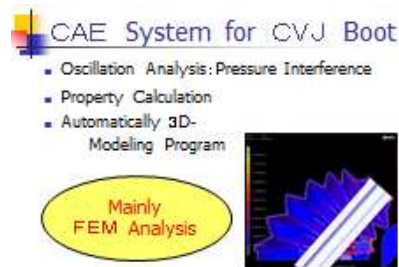
就職

防振ゴムの設計/物理系



現在

物理系
FEM解析での仕事



英語での講師 2000年ころ
海外からの研修・講師

1991年～ FEM解析
主担当・海外研修
解析マニュアル全て英語

化学系出身でもこの程度できます。

寺子屋代表 自己紹介YouTube ご覧ください

https://www.youtube.com/watch?v=fpEvkk_wow8&t=17s

代表の個人的な **実績**

二軸伸張試験からFEM解析予測精度の向上

1991年から同志社大学坂口一彦教授のもと
ひずみエネルギー密度関数研究をスタート(社会人4年目)

・ゴム材料定義 ノウハウ含めて2000年MSCソフトウェアで発表
最優秀事例発表賞を受賞 社内でも評価上がる

・解析条件の定義方法及び材料定義確立から、2005年会社を移り
ゴム製品製造の会社、2社で解析予測精度の向上
自動化による解析工数の80%カットを行い2016年起業

[主な事業内容]

線形から非線形解析全般

・解析初心者のご指導

・セミナー開催、育成サポート

・CAD自動化、効率化のお手伝い

・ゴムの二軸伸張試験からのエネルギー関数定義、動的、熱、疲労寿命まで

全てノウハウからご提供します。社内技術構築にもお役立てください。

寺子屋/CAE解援隊

連絡先 hagi@terakoya2018.com

寺子屋 サポート概要

ノウハウを提供する会社です。自立して頂く・・・

ゴムのお困りごと、何でも相談ください。

CAE適用

立ち上げお手伝い

・セミナー、育成サポート(座学)

・解析初心者ご指導

・ゴム材料定義

・解析条件の定義方法、見直し/間違え易い定義

・結果の見方、処理

実用化・運用

線形～大変形解析

・クリープ～応力緩和解析

・動解析

・熱・金型設計

・衝撃、落下解析

・疲労寿命/耐久性予測

効率化

・CAD自動化

・解析自動化/条件設定、結果処理

・リバースエンジニアリング

変形状態のCAD化、Assy組み込み

品質管理

・不良原因解明

・原因の可視化

・工程改善

知識集約情報発信
標準化はCAEの役割です

寺子屋/CAE解援隊

連絡先 hagi@terakoya2018.com

1991年から同志社大学で坂口教授のもとで研究スタート、今も勉強中

ゴムの二軸伸張試験、承ります。 -ゴムの専門家として解析適用までサポートします。-

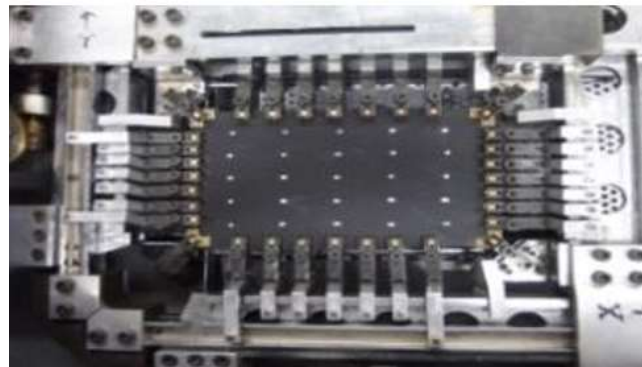
二軸伸張試験実施 ⇒ひずみエネルギー密度関数(Mooney, Ogden等回帰、係数算出。 25万円～複数割あり

$$W=C10(I1-3)+C01(I2-3)+C11(I1-3)(I2-3)+C20(I2-3)^2+C30(I2-3)^3$$

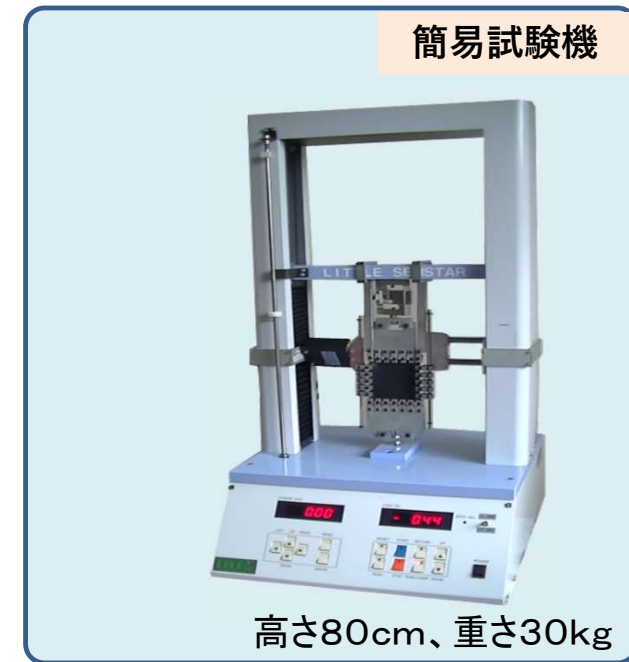
Ogden定義も可能です。



- ・エネルギー関数の真実、注意すべき点
- ・ゴムの解析への適用方法
- ・線形解析での間違いやすい点、その他サポート



サンプル取り付け部



簡易試験機

高さ80cm、重さ30kg

現地（富山）の二軸試験機

従来の試験機は、横置き型・大型 非常に高価 旧型、富山工業試験場、昭和生まれですがまだまだ現役です。

材料定義をご自身で修得

お問い合わせリンク
<https://terakoya2018.com/question>

公共試験場を利用して ゴムの解析用ひずみエネルギーを構築しませんか。

- 候補日をいただければ調整します。1社4名様くらいまで -

1. 富山県でご希望の日程で、6時間程度で修得できます。
操作は簡単で、ひな型を使って回帰も簡単です。
※ひな型販売もしています。
2. 公共試験場ですので、安価に、(修得すれば)いつでも
ご利用いただけます。
アフターフォローも万全です、問い合わせに回答します。

現在、現役の試験機ですが何分、昭和生まれですので・・・
使えるうちに覚えましょう。



富山県
産業技術研究開発センター

Google 検索
WWW を検索 センター内を検索

リンク お問い合わせ

HOME 技術支援 センター概要 お知らせ 主要設備 刊行物 研究開発 産業財産権
Program About News Facility Publication Development Industrial property rights

ホーム > 概要 > 組織・研究職員 > 生活工学研究所

概要・沿革 組織・研究職員 交通案内

生活工学研究所

「衣」、「住」、「遊」といった人間生活に関する産業製品の開発や生産を支援するための研究指導を行っています。特に、感覚、生理あるいは動作等人間特性の計測評価をとおして人間適合型の生活関連製品の開発、生産を促進するための研究に重点を置いています。

〒939-1503 富山県南砺市岩武新35-1 TEL:0763-22-2141 FAX:0763-22-4604

寺子屋/CAE解援隊

URL <https://terakoya2018.com>

連絡先 hagi@terakoya2018.com

080-2230-8785

富山県産業技術研究開発センター (pref.toyama.jp)

解析に使用する材料データの定義方法

寺子屋 サポート費用の考え方

材料定義から予測精度の向上

材料定義

- ・ 富山での修得、自力定義 20万円～
※自力で定義することにより追加材料費用は試験機使用料のみ。
- ・ 委託定義 2材料程度 35万円～
粘弾性、スポンジなどは別途追加費用

解析の見直し

- ・ ゴムの解析基本修得
- ・ 条件見直し
- ・ 誤差原因の確認
- ・ 収束性向上

結果の見方

- ・ ゴムの結果の見方
- ・ 誤解の排除、ソフトの癖etc.
合っているのに合っていないと勘違い

1案件 ～90万円

※お客様が実施分、費用圧縮させていただきます。

※※スポンジゴムの解析をメールのやり取りのみで実用化したお客様も。

効率化・実用化

効率化・自動化

適用

動的・固有値

緩和・クリープ

熱・型設計

疲労・老化

材料再定義など

リバースエンジニアリング

設計・開発者への展開

結果のみでなくノウハウまで提供 ～200万円

- メールでの対応はどんなことでも無償対応です。
- web会議招待いただければお困りごとに対応します。
- 費用は圧縮できます。

ゴム設計開発のお手伝い

構造解析から流体解析までソフトを問わず、**解析のお困りごと**をお手伝いします。

解析に使用する材料データの定義方法

モデル化の方法

解析予測精度の向上

結果の見方

解析の効率化方法



- メールでの対応はどんなことでも**無償対応**です
- **web会議招待**いただければお困りごとに対応します

- ノウハウをまとめた書籍を出版しています

第1弾超弾性に加えて、熱、粘弾性、耐久まで
第2弾 7月発売
アマゾンからも

セミナー情報

JTC 日本テクノセンター様 ゴム製品の設計から耐久性解析

ゴムタイムス社様 ゴム解析の基本から製品開発への展開

セミナー&サポートのページで紹介、**御社専用の内容**でも実施・要相談

ありがとうございました

解析だけでなく、ゴムのお困りごとなんでもご相談ください。

寺子屋

<https://terakoya2018.com/>

MAIL : hagi@terakoya2018.com