

# ひずみエネルギー密度関数回帰シートの販売

マクロで”不要行削除”を実行するとエラー行が削除できます。

λ1-応力の関係

応力 (N/mm<sup>2</sup>)

伸張側伸張比(-)

伸張側(実測)  
拘束側(実測)  
伸張側(計算値)

入力	C10	C01	C11	C20	C30
シート参照	7.4269E-02	-1.3140E-02	3.8254E-03	-1.6463E-02	2.2177E-03
回帰シート参照	C11+2C20=			-0.0291012	
	3C30=			0.00665323	

調整

調整係数	C10	C01	C11	C20	C30
	7.4269E-02	-1.3140E-02	3.8254E-03	-1.6463E-02	2.2177E-03

係数 1.6359E+01  
 算出ヤング率(1次) 3.67E-01 =6\*(C10+C1)  
 真ヤング率 6.00E+00

単位: N/mm<sup>2</sup>

	C10	C01	C11	C20	C30
	1.2150E+00	-2.1495E-01	6.2579E-02	-2.693	3.6280E-02

カーブフィットがうまくいかない場合、この部分を次ページの傾向を参考に修正します。

$$dW/dI1 = C_{10} + C_{11}(I_2-3) + 2C_{20}(I_1-3) + 3C_{30}(I_1-3)^2$$

$$dW/dI2 = C_{01} + C_{11}(I_1-3)$$

	λ <sub>1</sub>	λ <sub>2</sub>	I <sub>1</sub> -3	I <sub>2</sub> -3	σ <sub>1</sub>	σ <sub>2</sub>
2	1.014	1.000	0.001	0.001		
3	1.030	1.000	0.004	0.004	(0.0131)	0.0034
					(0.0131)	0.0070
4	1.047	1.000	0.009	0.009	(0.0131)	0.0105
			0.020	0.005	0.316	0.0740
					(0.260)	

応力 (N/mm<sup>2</sup>)

伸張側伸張比(-)

dW/dI1実測  
dW/dI2実測  
dW/dI1計算値

ひな型を用意して、実習から回帰まで修得していただきます。

# ゴムのひずみエネルギー密度関数について

## 定義方法

基本式

$$W = W(I_1, I_2, I_3)$$

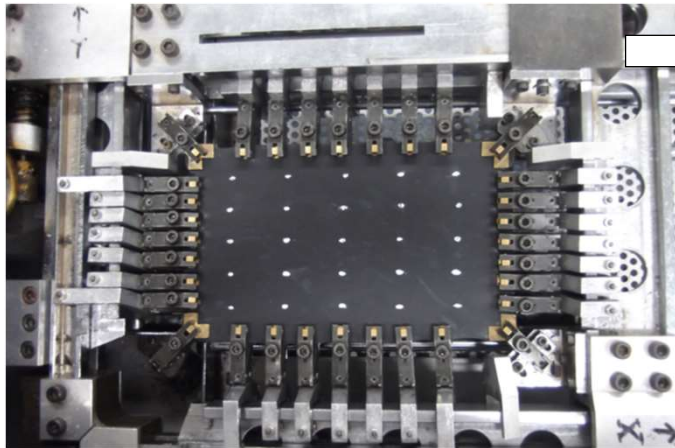
伸張比  $\lambda = 1 + \varepsilon$  として表現

テンソルとして、

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad \text{[対角線効果]}$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad \text{[面積効果]}$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1 \quad \text{[体積効果]}$$



富山県 工業試験場（南砺市）提供

# ひずみエネルギー密度関数定義

ひずみエネルギー密度関数 様々な表現式

## 1) Neo-Hookeanモデル

$$W = C_{10}(I_1 - 3)$$

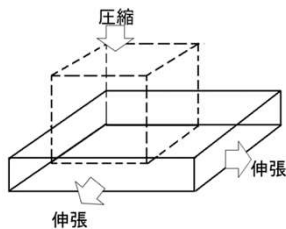
## 2) Mooney-Rivlin

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3)$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad \text{[対角線効果]}$$

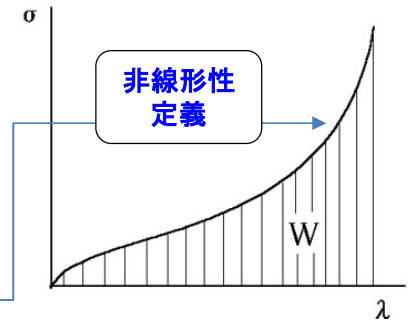
$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad \text{[面積効果]}$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1 \quad \text{[体積効果]}$$



※ $I_3=1$ は非圧縮性

最近、紛らわしい論文(圧縮性を示す誤り)



一般的に高次の定義は精度があがります。

## 3) Mooney高次式

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3$$

## 4) Ogden

$$W = \sum \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3)$$

一般的にこれら定義で解析予測精度が良いと言われる。

## 5) Arruda-Boyce

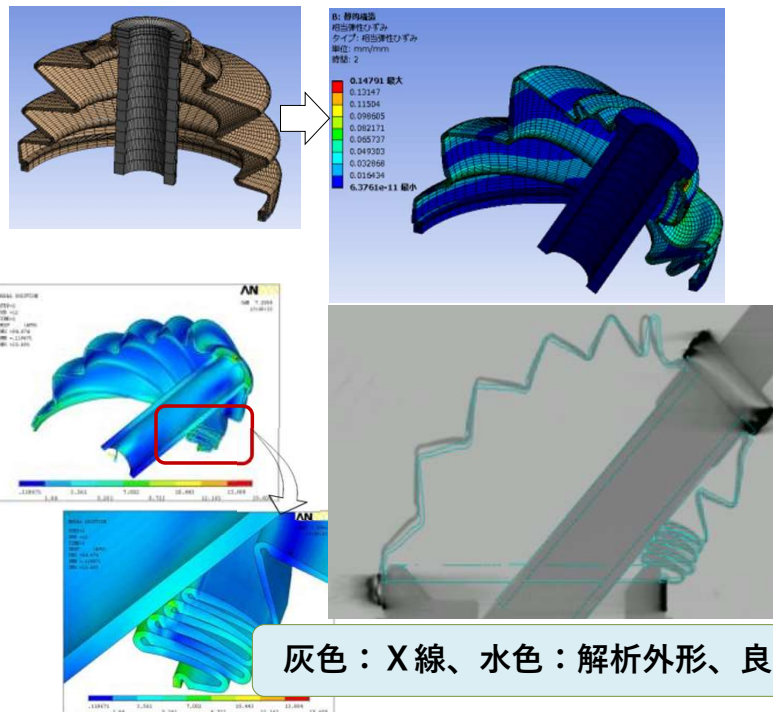
$$W = nk\theta \left[ \frac{1}{2}(I_1 - 3) + \frac{1}{20N} \left( I_1^2 - 9 \right) + \frac{11}{1050N^2} \left( I_1^3 - 27 \right) + \frac{19}{7000N^3} \left( I_1^4 - 81 \right) + \frac{519}{673750N^4} \left( I_1^5 - 243 \right) \right]$$

ひずみエネルギー密度関数による正確な定義が必要です。

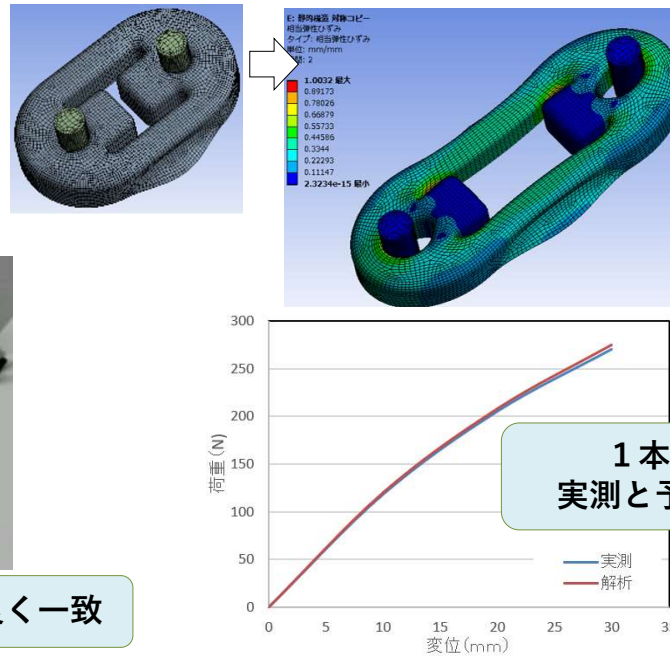
# ゴムのひずみエネルギー密度関数について

## ①解析から正確なひずみを求める／解析精度が基本

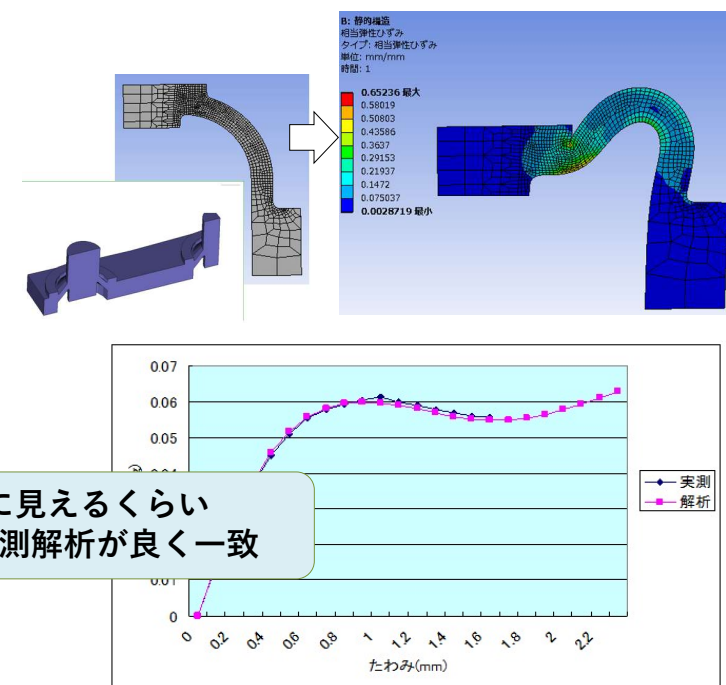
### ブーツの揺動変形解析



### マフラーマウントの変形解析



### ラバーコンタクト クリック特性

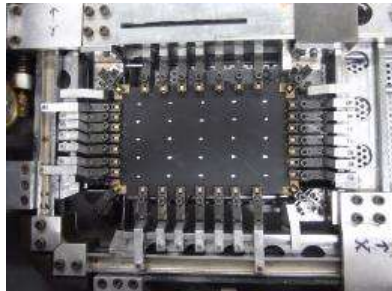


変形状態や特性が良く一致することが、各部の応力・ひずみを求める基本になります。

# 二軸伸張試験から回帰概要

## 二軸伸張試験概要

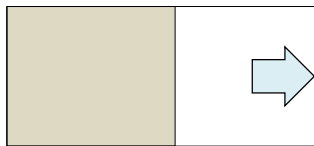
一軸拘束二軸伸張試験



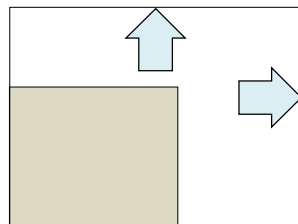
注) 製品予測のため、  
この変形を推奨しています。

## 二軸試験変形概要

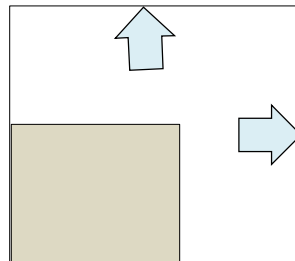
一軸拘束二軸試験



二軸試験

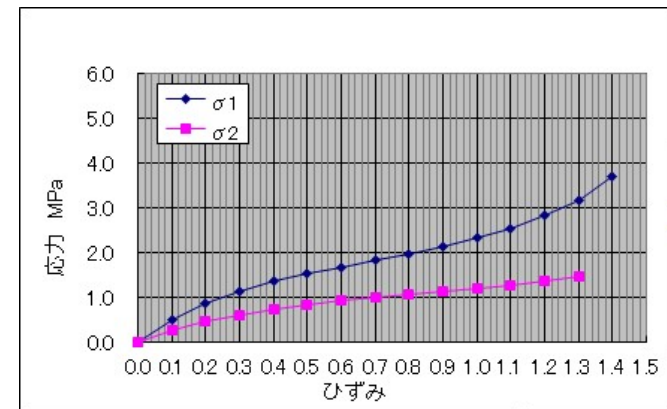


均等二軸試験



測定した荷重vs変位

⇒ 応力vs ひずみ換算



$$\sigma_1 = \frac{2}{\lambda_1} \left( \lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$

$$\sigma_2 = \frac{2}{\lambda_2} \left( \lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$

$$\sigma_3 = 0$$

よく聞かれる話ですが、単軸、一軸拘束二軸伸張（純せん断）、均等二軸のすべてのデータを使うと精度が上がります。  
嘘ではありませんが、かなり課題が大きいです。

# 二軸伸張試験から回帰概要

## Mooney高次モデルの定義

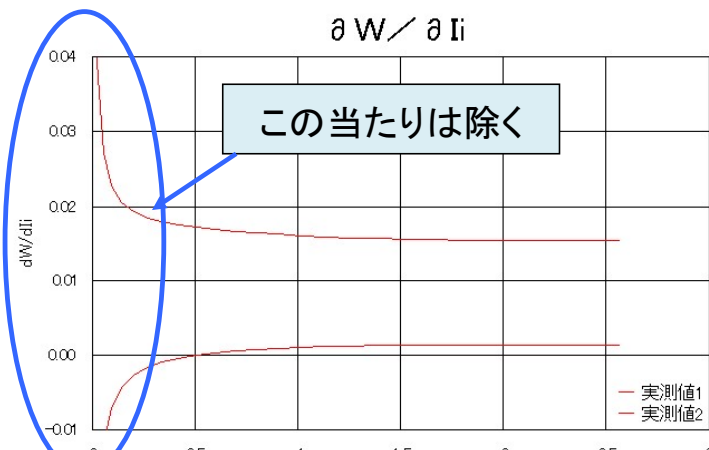
$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3$$

右辺はこの式と等価

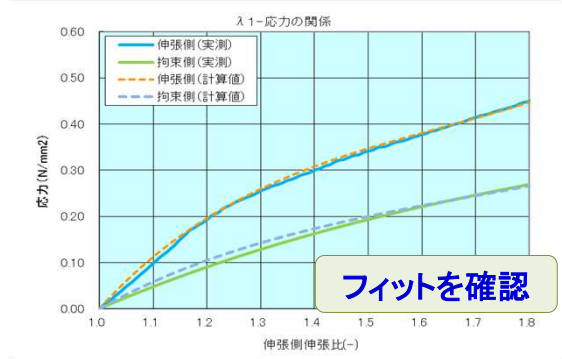
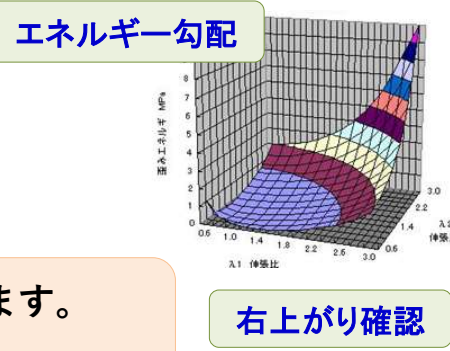
$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_1} = \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{\lambda_1^3 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2^3 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right] \Rightarrow C_{10} + C_{11}(I_2 - 3) + 2C_{20}(I_1 - 3) + 3C_{30}(I_1 - 3)^2$$

$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_2} = \frac{1}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left[ \frac{\lambda_1 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right] \Rightarrow C_{01} + C_{11}(I_1 - 3)$$

EXCELアドオンで回帰分析実施



エネルギー計算表(シート)の値								係数からの計算値				
No.	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$I_1-3$	$I_2-3$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$dW/dI_1$	$dW/dI_2$	$dW/dI_1$	$dW/dI_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
1	1.00	1.00	0.00	0.00	0	0.00000	#DIV/0!	#DIV/0!	0.1301	0.0319	0.000	0.000
2	1.02	1.00	0.00	0.00	0.016	0.008	0.159	(0.031)	0.1301	0.0319	0.020	0.010
3	1.02	1.00	0.00	0.00	0.021	0.011	(0.058)	0.178	0.1300	0.0319	0.028	0.014
4	1.03	1.00	0.00	0.00	0.030	0.016	0.034	0.090	0.1300	0.0318	0.040	0.020
5	1.04	1.00	0.01	0.01	0.039	0.020	0.057	0.068	0.1299	0.0318	0.050	0.026
6	1.05	1.00	0.01	0.01	0.047	0.024	0.111	0.018	0.1298	0.0318	0.059	0.030
7	1.06	1.00	0.01	0.01	0.057	0.029	0.102	0.027	0.1297	0.0318	0.071	0.036
8	1.07	1.00	0.02	0.02	0.065	0.033	0.123	0.009	0.1296	0.0318	0.080	0.041
9	1.08	1.00	0.02	0.02	0.075	0.037	0.139	(0.004)	0.1295	0.0318	0.089	0.046
10	1.09	1.00	0.03	0.03	0.083	0.041	0.139	(0.003)	0.1293	0.0317	0.098	0.051
11	1.10	1.00	0.03	0.03	0.093	0.045	0.154	(0.015)	0.1292	0.0317	0.108	0.056
12	1.10	1.00	0.04	0.04	0.102	0.050	0.160	(0.019)	0.1290	0.0317	0.116	0.060

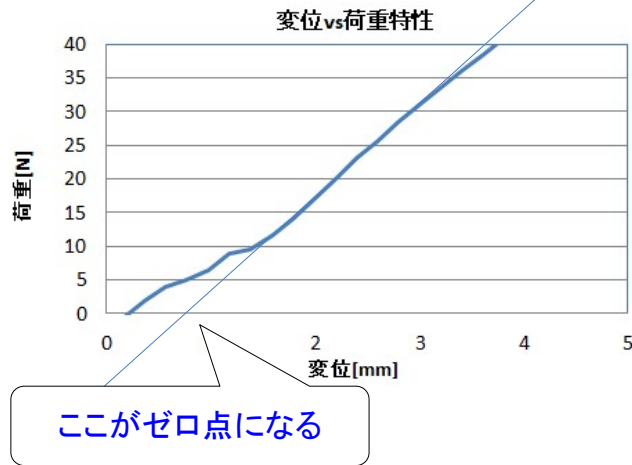


詳細を短時間で説明するのは難しいですが、概要のみ説明します。  
1日コースで二軸試験から回帰まで修得可能です。

右上がり確認

# 概要

②接戦を引いてゼロ点を特定、データを修正する。



## 不要セルの削除

削除 ? X

削除

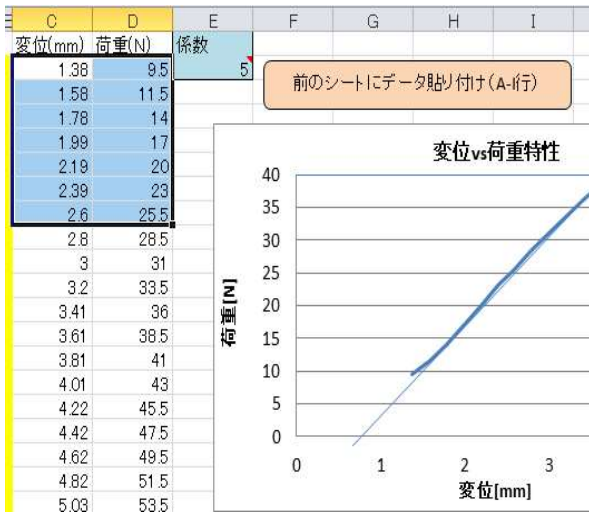
- 左方向にシフト(L)
- 上方向にシフト(U)
- 行全体(R)
- 列全体(C)

OK キャンセル

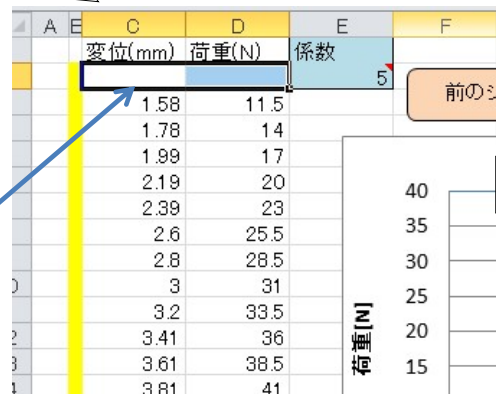
上方にシフト

荷重ゼロとその変位を入力  
D列にゼロ入力

荷重ゼロの変位を入れると線が出てきます。



データが見える所で作業できるように行ったら上方へシフトなし削除



## 概要

# ひずみエネルギー密度関数回帰

(EXCELシート使用して特に二軸データは200行以下にする)

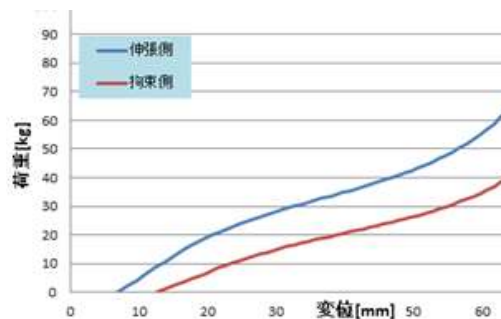
①間引き: 処理を楽にするため、データを10分の1に間引く  
基本EXCELファイルに測定データをコピー、データ削減する

記録: 3回 30秒での行き、戻り繰り返し4000行のデータ(参考)

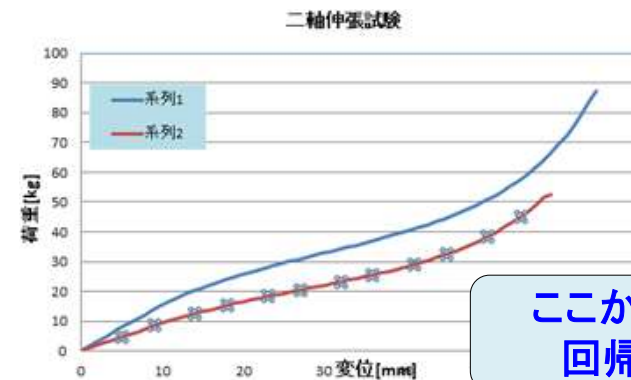
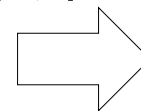
②不要データの削除: 1回目データ、若しくは3回目データのみ残す  
必要なデータ以外削除する。

③ゼロ点補正 & シフト: ダレ等いの処理を行い、ゼロ点を求める

単軸、二軸共にシフトしてゼロ変位vsゼロ荷重とする



シフト



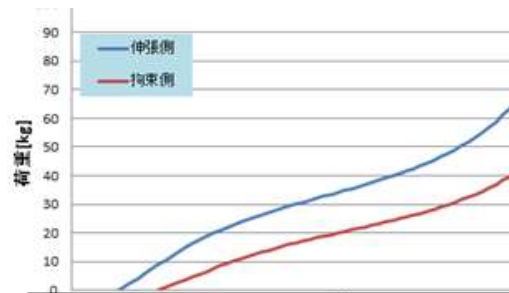


# 概要

## 二軸データ回帰 手順概要

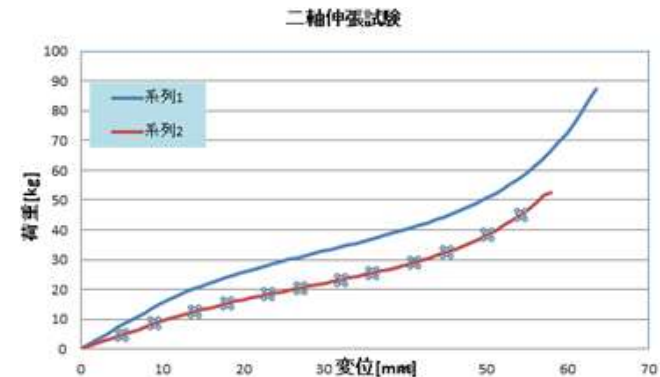
### ゼロ点補正

ゼロ点補正すると、同じ変位に対する  
X方向とY方向ではなくなりずれる



ひな形シートに張り付け回帰

シフト



シフトすると変位がずれたまま

X変位に対する  
X及びY荷重を求め、右に代入

これが目的です。  
では実作業...

【測定結果】

サンプル厚さ 1.2 mm  
ヤング率 1.102235 N/mm<sup>2</sup>

入力 コピー

試料No	No.1				【伸長比-応力換算】			
試験片	厚さ[mm]	へ列[mm]			λ 1	σ x [N/mm <sup>2</sup> ]	λ 1	σ y [N/mm <sup>2</sup> ]
	変位	荷重 [kgf]	荷重Y [kgf]	変位X				
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000
2	1.0000	1.0000	0.5000	1.0000	1.0100	0.1307	1.0000	0.0653
3	2.0000	2.0000	1.0000	2.0000	1.0200	0.2613	1.0000	0.1307
4	3.0000	3.0000	1.5000	3.0000	1.0300	0.3920	1.0000	0.1960
5	4.0000	4.0000	2.0000	4.0000	1.0400	0.5227	1.0000	0.2613
6	5.0000	5.0000	2.5000	5.0000	1.0500	0.6533	1.0000	0.3267
7	6.0000	6.0000	3.0000	6.0000	1.0600	0.7840	1.0000	0.3920
8	7.0000	7.0000	3.5000	7.0000	1.0700	0.9147	1.0000	0.4573
9	8.0000	8.0000	4.0000	8.0000	1.0800	1.0453	1.0000	0.5227
10	9.0000	9.0000	4.5000	9.0000	1.0900	1.1760	1.0000	0.5880
11	10.0000	10.0000	5.0000	10.0000	1.1000	1.3067	1.0000	0.6533
12	11.0000	11.0000	5.5000	11.0000	1.1100	1.4373	1.0000	0.7187
13	12.0000	12.0000	6.0000	12.0000	1.1200	1.5680	1.0000	0.7840

# 概要

試験装置 富山工業技術センター、生活工学研究所  
 試験方法 2軸引張試験機をつかみ具にゴムシート  
 試験内容 2軸引張試験、1軸固定1軸引張試験  
 引張速度 1.0mm/s  
 予備引張 ①1回目 事前の予備引張等を行わず  
 ②1回目、2回目と同じ伸張量で3回目  
 試験結果 引張試験結果シートに記載  
 距離[mm]はクロス間ヘッド距離の増加分を示す。  
 荷重は引張荷重[kg]  
 その他 装置引張限界は200mm。

このシートの色に  
 入力すると他は自動計算される

## 【測定結果】

サンプル厚さ

ヤング率 1.102235 N/mm<sup>2</sup>

入力 コピー

試料No.	No.1				【伸長比-応力換算】			
試験片	厚さ[mm]	幅[mm]	変位	変位	σx	λ1	σy	
			荷重 [kgf]	荷重Y [kgf]				
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	
2	1.0000	1.0000	0.5000	1.0000	1.0100	0.0000	0.0000	
3	2.0000	2.0000	1.0000	2.0000	1.0200	0.0000	0.0000	
4	3.0000	3.0000	1.5000	3.0000	1.0300	0.0000	0.0000	
5	4.0000	4.0000	2.0000	4.0000	1.0400	0.0000	0.0000	
6	5.0000	5.0000	2.5000	5.0000	1.0500	0.6533	1.0000	
7	6.0000	6.0000	3.0000	6.0000	1.0600	0.7840	1.0000	
8	7.0000	7.0000	3.5000	7.0000	1.0700	0.9147	1.0000	
9	8.0000	8.0000	4.0000	8.0000	1.0800	1.0453	1.0000	
10	9.0000	9.0000	4.5000	9.0000	1.0900	1.1760	1.0000	
11	10.0000	10.0000	5.0000	10.0000	1.1000	1.3067	1.0000	
12	11.0000	11.0000	5.5000	11.0000	1.1100	1.4373	1.0000	
13	12.0000	12.0000	6.0000	12.0000	1.1200	1.5680	1.0000	
14	13.0000	13.0000	6.5000	13.0000	1.1300	1.6987	1.0000	
15	14.0000	14.0000	7.0000	14.0000	1.1400	1.8293	1.0000	
16	15.0000	15.0000	7.5000	15.0000	1.1500	1.9600	1.0000	
17	16.0000	16.0000	8.0000	16.0000	1.1600	2.0907	1.0000	
18	17.0000	17.0000	8.5000	17.0000	1.1700	2.2214	1.0000	
19	18.0000	18.0000	9.0000	18.0000	1.1800	2.3520	1.0000	
20	19.0000	19.0000	9.5000	19.0000	1.1900	2.4827	1.0000	
21	20.0000	20.0000	10.0000	20.0000	1.2000	2.6134	1.0000	

1) 応力計算を行うため  
 シート厚みを入力する

X補正変位とX荷重、Y荷重の  
 データをコピーして回帰シートへ数値貼り付け

3) 拘束側荷重は  
 先に近似した式で入力

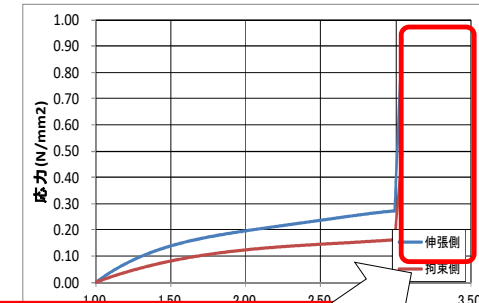
2) 伸張側コピーで  
 値を張り付け

開発 ⇒ マクロ ⇒ エラー行削除  
 不要なものが消去可能

## シート(4)元データ確認(軸引張1軸固定)

1軸引張1軸固定(X軸引張、Y軸固定)

No.1			
λ 1	σ (N/mm <sup>2</sup> )	λ 2	σ (N/mm <sup>2</sup> )
1	1.00000	0.00000	1.00000
2	1.05910	0.02364	1.00000
3	1.06940	0.02755	1.00000
4	1.07890	0.03110	1.00000
5	1.08810	0.03447	1.00000
6	1.09940	0.03853	1.00000
7	1.10930	0.04202	1.00000
8	1.11880	0.04531	1.00000
9	1.12900	0.04878	1.00000
10	1.14000	0.05245	1.00000
11	1.14920	0.05546	1.00000
12	1.15940	0.05874	1.00000
13	1.16960	0.06196	1.00000
14	1.17950	0.06502	1.00000
15	1.18910	0.06794	1.00000
16	1.19960	0.07107	1.00000
17	1.20920	0.07387	1.00000
18	1.21980	0.07692	1.00000
19	1.22930	0.07959	1.00000
20	1.23920	0.08233	1.00000



198	193	2.97190	0.27154	1.00000	
199	194	2.98210	0.27212	1.00000	
200	195	2.99230	0.27268	1.00000	0.16237
201	196	3.00230	0.40334	1.00000	0.22771
202	197	3.01230	0.53401	1.00000	0.29304
203	198	3.02230	0.66468	1.00000	0.35837
204	199	3.03230	0.79534	1.00000	0.42371
205	200	3.04230	0.92601	1.00000	0.48904

3) 測定データ以外のひな形データ  
 が残っているため  
 測定データでないものを削除する。

# 概要

順次、ひな形EXCELシートを左から確認する。  
 入力は、シート:(2)元データ 試験条件のみで自動的に計算される。

シート(6)ひずみエネルギー計算表が、

2軸曲試験データ処理シート  
 資料シート面 62.5×62.5mm<sup>2</sup>

$$\frac{\partial W(U_1, U_2)}{\partial U_1} = \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{\lambda_1^2 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2^2 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right]$$

$$\frac{\partial W(U_1, U_2)}{\partial U_2} = \frac{1}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left[ \frac{\lambda_1 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right]$$

$$\sigma_1 = \frac{2}{\lambda_1} \left( \lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2} \right) \left( \frac{\partial W}{\partial U_1} - \frac{\partial W}{\partial U_2} \right)$$

$$\sigma_2 = 2 \left( 1 - \frac{1}{\lambda_1^2} \right) \left( \frac{\partial W}{\partial U_1} + \lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial U_2} \right)$$

$$\sigma_3 = 0$$

No.	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_1^{-3}$	$\lambda_2^{-3}$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
1	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	1.06910	1.00000	0.01320	0.01320	0.02364	0.01218
3	1.06940	1.00000	0.01804	0.01804	0.02755	0.01423
4	1.07890	1.00000	0.02311	0.02311	0.03110	0.01609
5	1.08810	1.00000	0.02858	0.02858	0.03447	0.01788
6	1.09340	1.00000	0.03603	0.03603	0.03853	0.02005
7	1.10830	1.00000	0.04319	0.04319	0.04202	0.02193
8	1.11880	1.00000	0.05082	0.05082	0.04531	0.02372
9	1.12900	1.00000	0.05918	0.05918	0.04878	0.02562
10	1.14000	1.00000	0.06907	0.06907	0.05243	0.02764
11	1.14920	1.00000	0.07785	0.07785	0.05548	0.02931
12	1.15940	1.00000	0.08814	0.08814	0.05874	0.03114
13	1.16960	1.00000	0.09898	0.09898	0.06189	0.03298

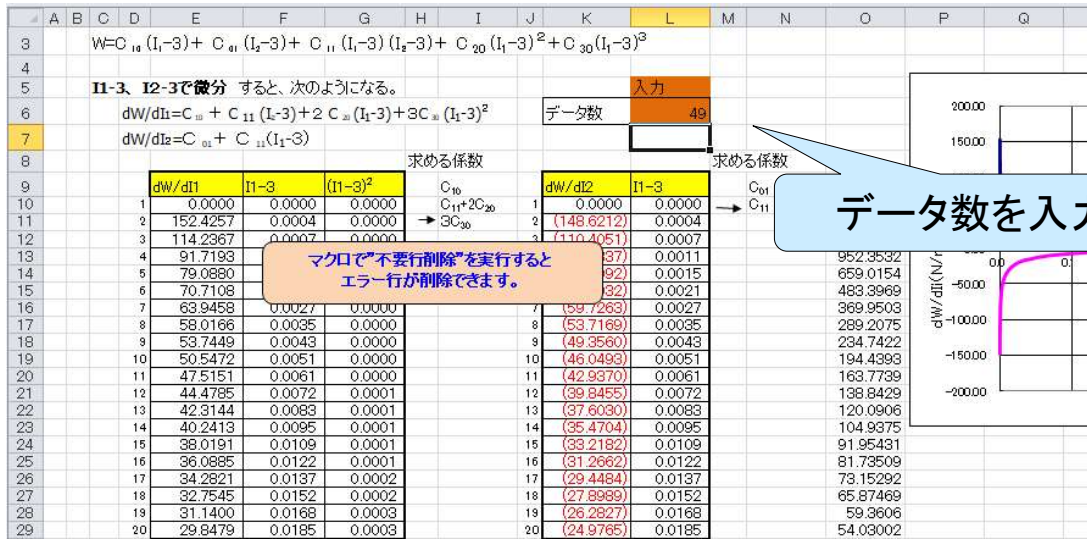
7) エラーの行を削除する

データが修正される

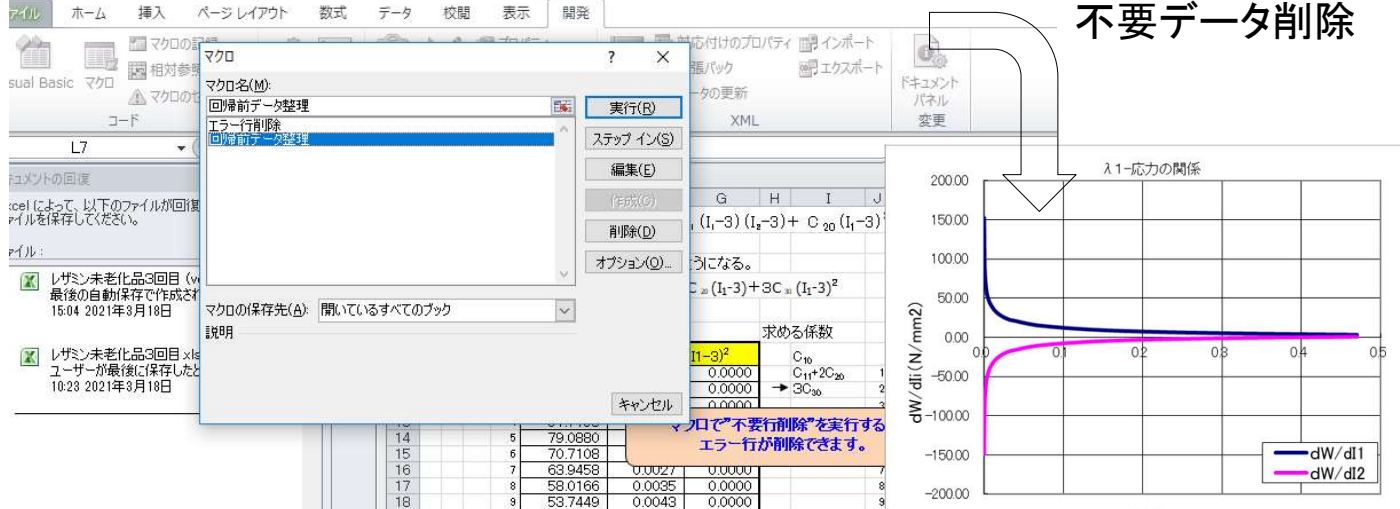
開発 ⇒ マクロ ⇒ エラー行削除  
 不要なものが消去可能

# 概要

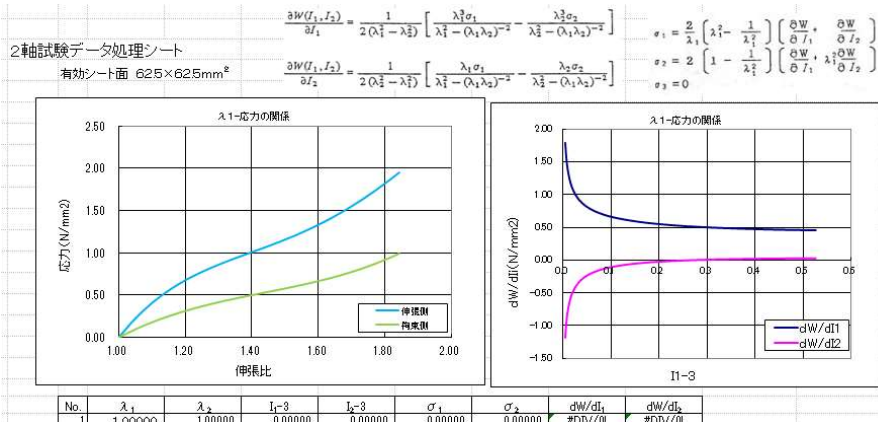
## 回帰データ



## 開発 ⇒ マクロ ⇒ 回帰前データ整理[実行]



# 概要



回帰の方法が不明な方は次ページへ

EXCEL アドインで分析をONとする。

回帰方法は、EXCELの回帰方法  
(次ページ記載参照)

2))係数回帰 シート から回帰を行う。

$$dW/dI_1 = C_{10} + C_{11}(I_2-3) + 2C_{20}(I_1-3) + 3C_{30}(I_1-3)^2$$

	A	B	C	D	E	F
10	分散分析表					
11		自由度	変動	分散	割された分散	有意 F
12	回帰	2	0.031026	0.015513	29.46771	1.09E-06
13	残差	20	0.010529	0.000526		
14	合計	22	0.041554			
15						
16		係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%
17	切片	2.151574	0.030846	69.75169	2.33E-25	2.08723
18	X 値 1	-0.94913	0.153868	-6.16849	5.01E-06	-1.27009
19	X 値 2	1.169312	0.170196	6.870367	1.13E-06	0.814288
20						

エネルギー関数

$$W = C_{10}(I_1-3) + C_{01}(I_2-3) + C_{11}(I_1-3)(I_2-3) + C_{20}(I_1-3)^2 + C_{30}(I_1-3)^3$$

I1-3, I2-3で微分 すると、次のようになる。

$$dW/dI_1 = C_{10} + C_{11}(I_2-3) + 2C_{20}(I_1-3) + 3C_{30}(I_1-3)^2$$

$$dW/dI_2 = C_{01} + C_{11}(I_1-3)$$

求める係数

$dW/dI_1$	$I_1-3$	$(I_1-3)^2$	求める係数
#DIV/0!	0.0000	0.0000	$C_{10}$
1.7899	0.0050	0.0000	$C_{11} + 2C_{20}$
1.5128	0.0079	0.0001	$3C_{30}$
1.3185	0.0116	0.0001	
1.1675	0.0165	0.0003	
1.0683	0.0214	0.0005	
0.9807	0.0269	0.0007	
0.9229	0.0335	0.0011	
0.8693	0.0404	0.0016	
0.8201	0.0488	0.0024	
0.7837	0.0566	0.0032	
0.7498	0.0656	0.0043	
0.7210	0.0748	0.0056	

求める係数

$dW/dI_2$	$I_1-3$	求める係数
#DIV/0!	0.0000	$C_{01}$
(1.1846)	0.0050	$C_{11}$
(0.9095)	0.0079	
(0.7180)	0.0116	
(0.5706)	0.0165	
(0.4748)	0.0214	
(0.4008)	0.0269	
(0.3369)	0.0335	
(0.2873)	0.0404	
(0.2424)	0.0488	
(0.2098)	0.0566	
(0.1801)	0.0656	
(0.1553)	0.0748	
	0.0854	
	0.0947	
	0.1066	
	0.1172	
	0.1290	

$$dW/dI_2 = C_{01} + C_{11}(I_1-3)$$

	A	B	C	D	E	F
1	概要					
2	回帰統計					
3	重相関 R	0.859053				
4	重決定 R2	0.737972				
5	補正 R2	0.727491				
6	標準誤差	0.08892				
7	観測数	27				
8						
9	分散分析表					
10		自由度	変動	分散	割された分散	有意 F
11	回帰	1	0.556717	0.556717	70.40968	9.74E-09
12	残差	25	0.197671	0.007907		
13	合計	26	0.754388			
14						
15						
16		係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%
17	切片	-0.92322	0.03709	-24.8916	3.67E-19	-0.99961
18	X 値 1	0.724731	0.08637	8.391048	9.74E-09	0.54685
19						

POINT: I1-3=0.1以上の回帰とする

# 概要

## 回帰手順

シート“(7)係数回帰”にて  
データ ⇒ データ分析

The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The 'データ' (Data) tab is selected in the ribbon, and the 'データ分析' (Data Analysis) button is highlighted with a blue box. The 'データ分析' dialog box is open, and '回帰分析' (Regression) is selected in the '分析ツール(A)' (Analysis Tools) list, also highlighted with a blue box. The spreadsheet contains the following content:

★W ひな形EXCEL(最新) ひずみエネルギー密度係数導出.xls [互換モード]

エネルギー関数

$$W=C_{10}(I_1-3)+C_{11}(I_2-3)+C_{12}(I_1-3)(I_2-3)+C_{20}(I_1-3)^2+C_{30}(I_1-3)^3$$

I1-3、I2-3で微分すると、次のようになる。

$$dW/dI_1=C_{10}+C_{12}(I_2-3)+2C_{20}(I_1-3)+3C_{30}(I_1-3)^2$$
$$dW/dI_2=C_{11}+C_{12}(I_1-3)$$

	dW/dI1	I1-3	(I1-3) <sup>2</sup>	求める係数	dW/dI2	I1-3
1	#DIV/0!	0.0000	0.0000	C <sub>10</sub>	#DIV/0!	0.0000
2	1.6537	0.0004	0.0000	C <sub>11</sub> +2C <sub>20</sub>	0.0041	0.0004
3	1.6740	0.0016	0.0000	→ 3C <sub>30</sub>	0.0082	0.0016
4	1.6942	0.0036	0.0000		0.0122	0.0036
5	1.7143	0.0062	0.0000		0.0163	0.0062
6	1.7344	0.0095	0.0001		0.0204	0.0095
7	1.7543	0.0136	0.0002		0.0244	0.0136
8	1.7742	0.0183	0.0003		0.0285	0.0183
9	1.7939	0.0237	0.0006		0.0325	0.0237
10	1.8136	0.0298	0.0009		0.0365	0.0298
11	1.8331	0.0364	0.0013		0.0406	0.0364
12	1.8526	0.0437	0.0019		0.0446	0.0437
13	1.8720	0.0516	0.0027		0.0485	0.0516
14	1.8913	0.0600	0.0036		0.0525	0.0600
15	1.9105	0.0691	0.0048		0.0564	0.0691

# 概要

## I 1での微分

$$dW/dI_1 = C_{10} + C_{11}(I_1-3) + 2C_{20}(I_1-3)^2 + 3C_{30}(I_1-3)^3$$

C10、C11+2C20、3C30を求める

求める係数			求める係数	
dW/dI1	I1-3	(I1-3) <sup>2</sup>	dW/dI2	I1-3
1	#DIV/0!	0.0000	0.0000	0.0000
2	1.6537	0.0004	0.0004	0.0004
3	1.6740	0.0016	0.0016	0.0016
4	1.6943	0.0036	0.0036	0.0036
5	1.7146	0.0064	0.0064	0.0064
6	1.7349	0.0100	0.0100	0.0100
7	1.7552	0.0144	0.0144	0.0144
8	1.7742	0.0183	0.0183	0.0183
9	1.7939	0.0237	0.0237	0.0237
10	1.8136	0.0298	0.0298	0.0298
11	1.8331	0.0364	0.0364	0.0364
12	1.8526	0.0437	0.0437	0.0437
13	1.8720	0.0516	0.0516	0.0516
14	1.8913	0.0600	0.0600	0.0600
15	1.9105	0.0691	0.0691	0.0691
16	1.9296	0.0786	0.0786	0.0786
17	1.9485	0.0888	0.0888	0.0888
18	1.9674	0.0994	0.0994	0.0994
19	1.9862	0.1106	0.1106	0.1106
20	2.0049	0.1223	0.1223	0.1223
21	2.0235	0.1344	0.1344	0.1344
22	2.0419	0.1471	0.1471	0.1471
23	2.0603	0.1603	0.1603	0.1603
24	2.0786	0.1739	0.1739	0.1739
25	2.0968	0.1880	0.1880	0.1880
26	2.1148	0.2025	0.2025	0.2025
27	2.1328	0.2175	0.2175	0.2175
28	2.1506	0.2329	0.2329	0.2329

POINT: I1-3=0.1以上での回帰とする

回帰分析

入力元  
 入力 Y 範囲(Y): \$E\$28:\$E\$71  
 入力 X 範囲(X): \$F\$28:\$F\$71

ラベル(L)       定数に 0 を使用(Z)  
 有意水準(O)      95 %

出力オプション  
 一覧の出力先(S):  
 新規ワークシート(P):  
 新規ブック(W)

残差  
 残差(R)       残差グラフの作成(D)  
 標準化された残差(T)       観測値グラフの作成(I)

正規確率  
 正規確率グラフの作成(N)

元データ 試験条件 (4)元データ確認(軸1張1軸固定) (6)Xすみエネルギー計算表 ○How to dW/dI1 回帰 dW/dI2 回帰 (7)係数回帰 (3)係数の検算 (4)エネ

# 概要

I 2での微分

$$dW/dI_2 = C_{01} + C_{11}(I_1 - 3)$$

C01、C11を求める

POINT: I1-3=0.1以上での回帰とする

求める係数			求める係数	
dW/dI1	I1-3	(I1-3) <sup>2</sup>	dW/dI2	I1-3
1.6537	0.0004	0.0000	0.0041	0.0004
1.6740	0.0016	0.0000	0.0082	0.0016
1.7742	0.0183	0.0003	0.0285	0.0183
1.7989	0.0237	0.0006	0.0325	0.0237
1.8136	0.0298	0.0009	0.0365	0.0298
1.8331	0.0364	0.0013	0.0406	0.0364
1.8526	0.0437	0.0019	0.0446	0.0437
1.8720	0.0516	0.0027	0.0485	0.0516
1.8913	0.0600	0.0036	0.0525	0.0600
1.9105	0.0691	0.0048	0.0564	0.0691
1.9296	0.0786	0.0062	0.0604	0.0786
1.9485	0.0888	0.0079	0.0643	0.0888
1.9674	0.0994	0.0099	0.0681	0.0994
1.9862	0.1106	0.0122	0.0720	0.1106
2.0049	0.1223	0.0149	0.0758	0.1223
2.0235	0.1344	0.0181	0.0797	0.1344
2.0419	0.1471	0.0216	0.0835	0.1471
2.0603	0.1603	0.0257	0.0872	0.1603
2.0786	0.1739	0.0302	0.0910	0.1739
2.0968	0.1880	0.0353	0.0947	0.1880
2.1148	0.2025	0.0410	0.0984	0.2025
2.1328	0.2175	0.0473	0.1020	0.2175
2.1506	0.2329	0.0542	0.1055	0.2329

回帰分析ダイアログボックス:

- 入力元: 入力 Y 範囲(Y): \$E\$28:\$E\$71
- 入力 X 範囲(X): \$I\$28:\$I\$71
- 出力オプション: 新規ワークシート(P)
- 残差: 残差(B), 標準化された残差(T), 残差グラフの作成(D), 観測値グラフの作成(I)
- 正規確率: 正規確率グラフの作成(N)



# 概要

$$dW/dI_1 = C_{10} + C_{11}(I_1-3) + 2C_{20}(I_1-3) + 3C_{30}(I_1-3)^2$$

	A	B	C	D	E	F
10	分散分析表					
11		自由度	変動	分散	割された分散	有意 F
12	回帰	2	0.031026	0.015513	29.46771	1.09E-06
13	残差	20	0.010529	0.000526		
14	合計	22	0.041554			
15						
16		係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%
17	切片	2.151574	0.00046	60.75160	2.33E-25	2.08723
18	X 値 1	-0.94913	0.50868	0.18848	5.01E-06	1.27008
19	X 値 2	1.169312	0.70190	0.870367	1.13E-06	0.814268
20						

3) 係数検証 シートへ移動  
 を回帰した係数から参照

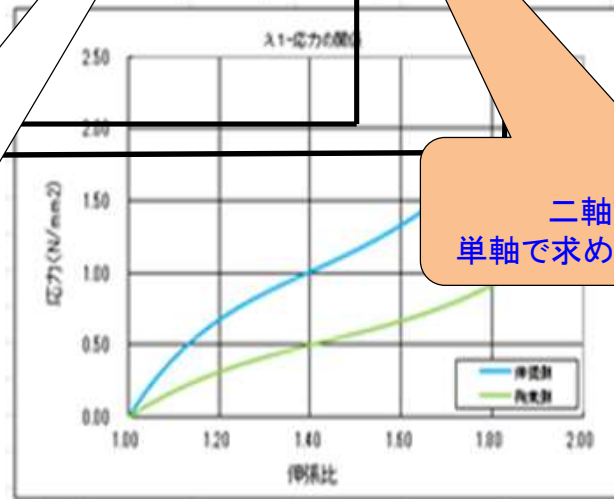
$$dW/dI_2 = C_{01} + C_{11}(I_1-3)$$

	A	B	C	D
1	概要			
2				
3	回帰統計			
4	重相関 R	0.859053		
5	重決定 R2	0.737972		
6	補正 R2	0.727491		
7	標準誤差	0.06892		
8	観測数	27		
9				
10	分散分析表			
11		自由度	変動	分散
12	回帰	1	0.556717	0.556717
13	残差	25	0.197671	0.007907
14	合計	26	0.754388	
15				
16		係数	標準誤差	t
17	切片	-0.92322	0.43768	-2.10910
18	X 値 1	0.724731	0.08637	8.391048
19				

それぞれの回帰  
 係数を参照

	C10	C01	C11	C20	C30
係数	5.2827E-01	5.5064E-02	1.5588E+00	-7.7942E-01	0.0000E+00
真ヤング率		2.1509E+00			
算出ヤング率		1.6278E+00			
出力	4.5600E-01	2.5600E-01	7.2473E-01	-3.6237E-01	0.0000E+00
入力			C11-2C20=		
			3C30=		

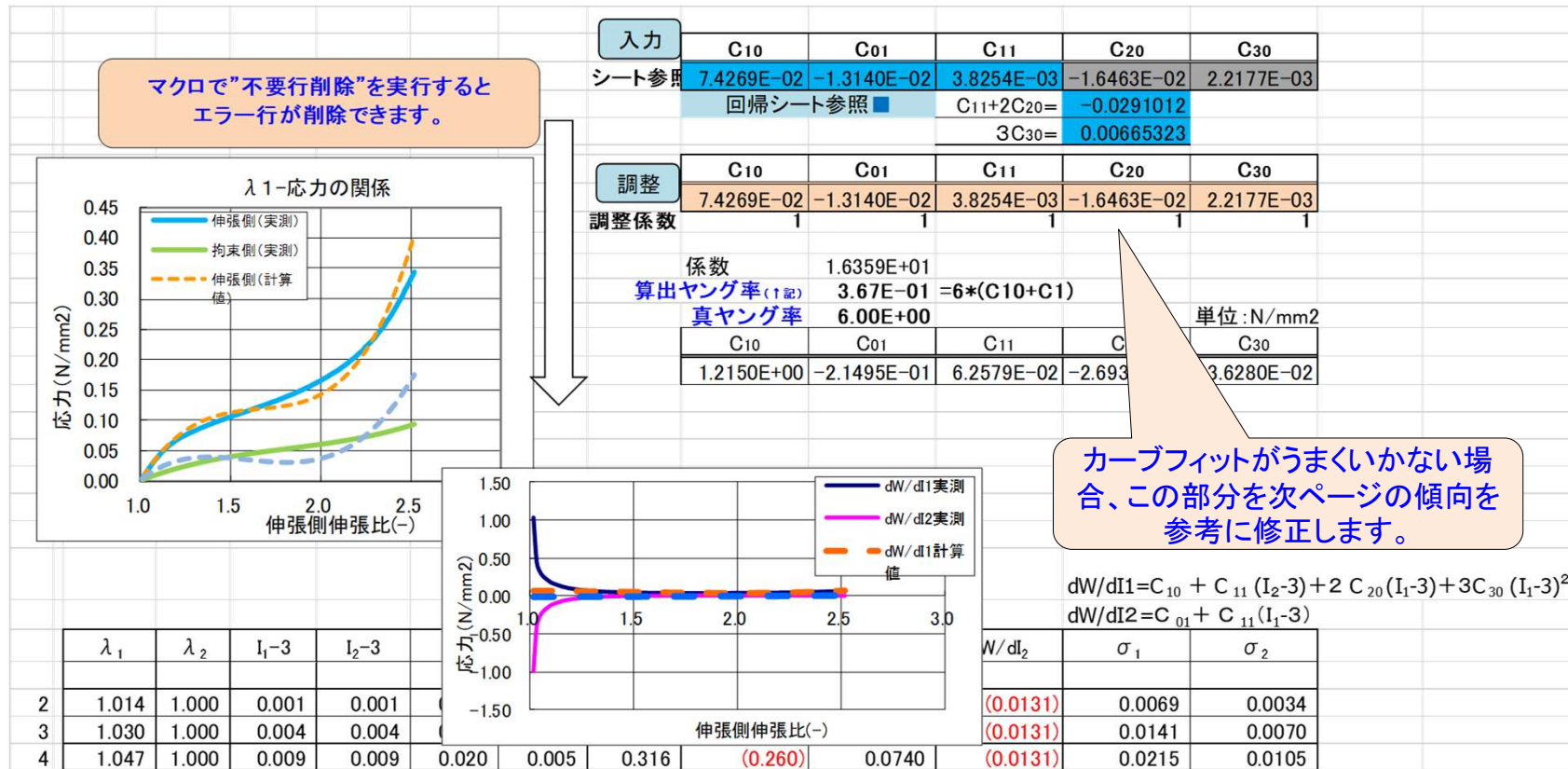
最後に  
 二軸試験の都合から  
 単軸で求めた真のヤング率を確認



最終結果

# 概要

## 補足説明



ひな型を用意して、実習から回帰まで修得していただきます。

# ゴムのエネルギー密度関数の研究マップ

1960年ころ、現JSR様

川端先生

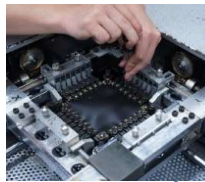
Mooneyさん

河合先生

坂口先生

JSR社員 藪田氏

このころ二軸試験機が出来てきた。(ほぼ完成型)



二軸試験機

京都大学  
川端先生

滋賀県立大  
山下先生

同志社大学  
坂口先生

1991年～  
萩本研究参加

藪田顧問  
紹介でスタート

ゴムのエネルギー関数  
 $W=W(\lambda_1, \lambda_2)$

奈良  
女子大学

※布に特化した研究

筑波大学

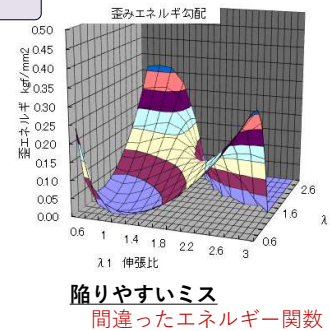
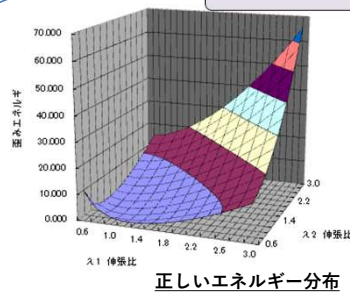
九州

山梨大学

新潟

琉球大学

メカニカルデザインさん  
も受託試験



富山県産業技術研究開発センター

Google 検索

WWWを検索 センター内を検索

リンク お問い合わせ

HOME 技術支援 センター概要 お知らせ 主要設備 刊行物 研究開発 産業財産権

Program About News Facility Publication Development Industrial property rights

ホーム > 概要 > 組織・研究職員 > 生活工学研究所

概要・沿革 組織・研究職員 交通案内

### 生活工学研究所

「衣」、「住」、「遊」といった人間生活に関係する産業製品の開発や生産を支援するための研究指導を行っています。特に、感覚、生理あるいは動作等人間特性の計測評価をとおして人間適合型の生活関連製品の開発、生産を促進するための研究に重点を置いています。

〒939-1503 富山県南砺市岩武新35-1 TEL:0763-22-2141 FAX:0763-22-4604

富山県産業技術研究開発センター  
([pref.toyama.jp](http://pref.toyama.jp))

公共試験場で1日の講習・実習で、十分回帰まで修得できます。

へたり考慮で十分予測精度アップ

# ひずみエネルギー密度関数の利点

ひずみエネルギー密度関数の表現式

$$W = W(I_1, I_2, I_3)$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

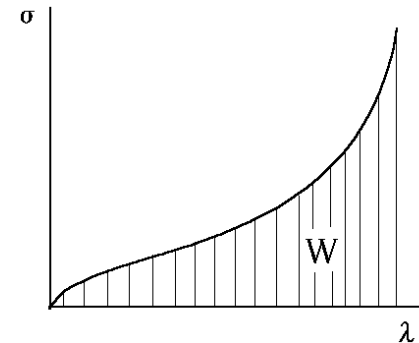
$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1$$

[対角線効果]

[面積効果]

[体積効果]



1) Neo-Hookeanモデル

$$W = C_{10}(I_1 - 3) \quad \dots \quad \text{最も単純な材料表現}$$

$$C_{10} = E/6$$

の関係

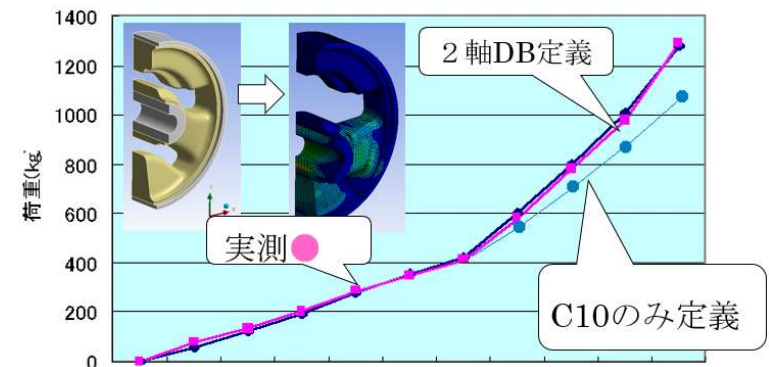
ヤング率を正確に求めると、1次定義でも

$$\text{ヤング率} = 6C_{10}$$

これだけで、ある程度の精度アップします。

根本的な問題はへたりを無視していることです。  
(詳細略、お尋ねください)

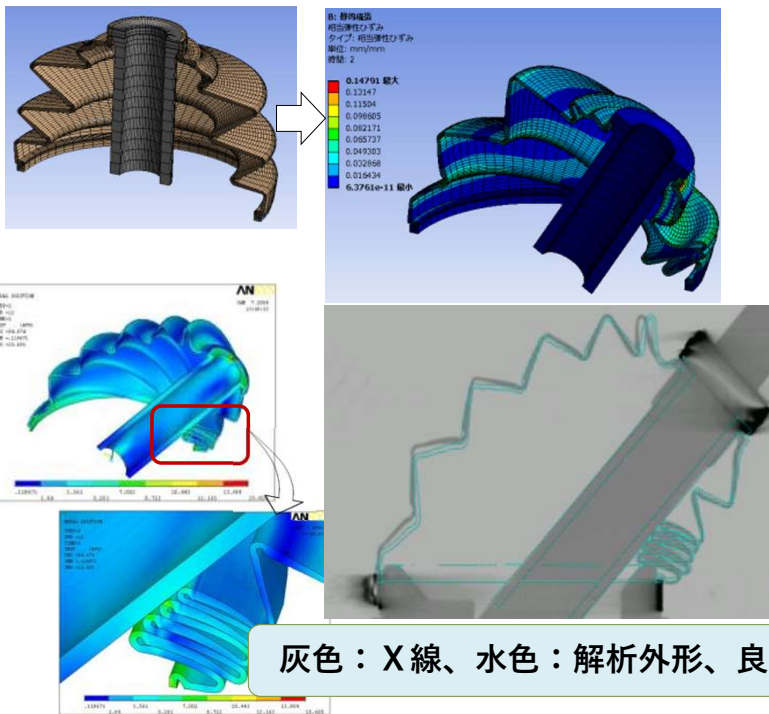
ハの字型マウントの特性予測解析



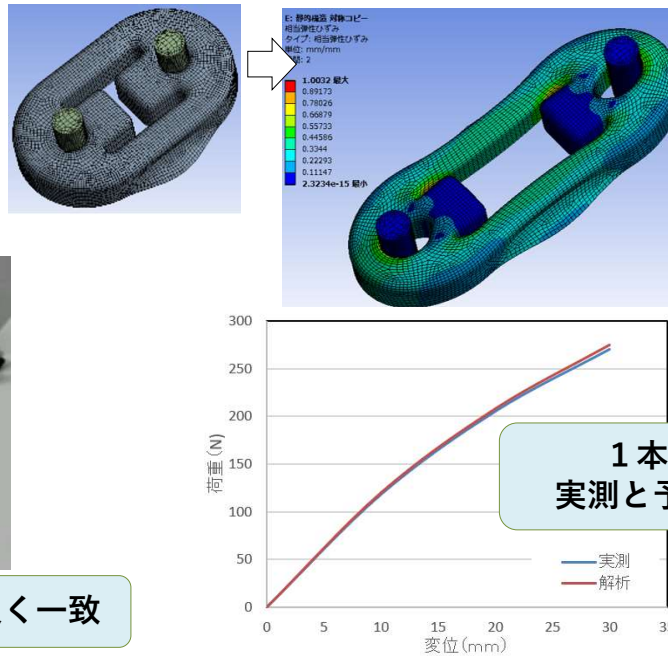
# ひずみエネルギー密度関数の利点

## ①解析から正確なひずみを求める／解析精度が基本

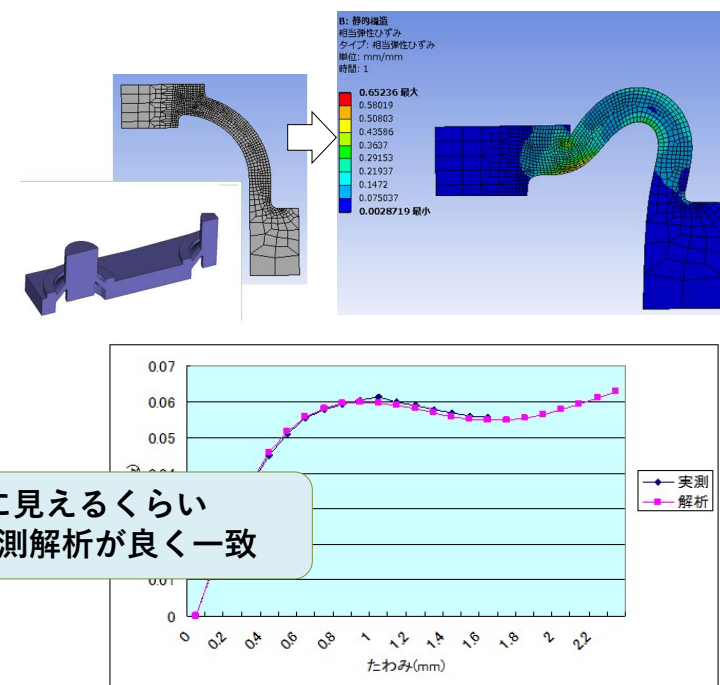
### ブーツの揺動変形解析



### マフラーマウントの変形解析



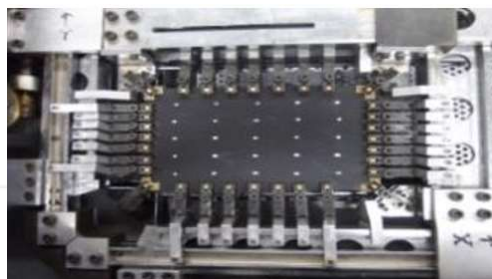
### ラバーコンタクト クリック特性



ひずみエネルギー密度関数を正確に定義すると、変形状態や特性がより良く一致します。

# 簡易試験機とエネルギー密度関数提供について

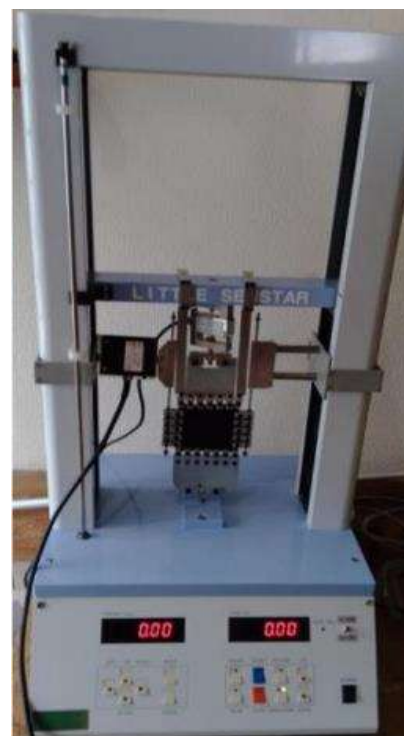
## 従来の二軸試験機



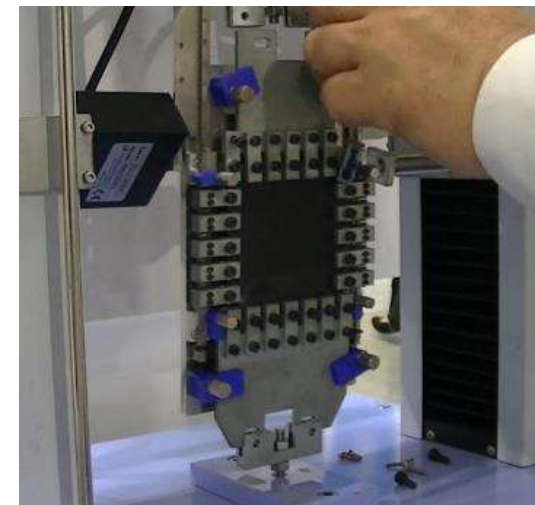
サンプル取り付け部

、横置き型・大型 非常に高価  
800～1,000万円 定価ベース

## 簡易二軸試験機[提案]



サンプルサイズもコンパクト  
□75mm(厚み0.7～2.3mm) / **コンパクト**  
\* 富山 □120mm必要

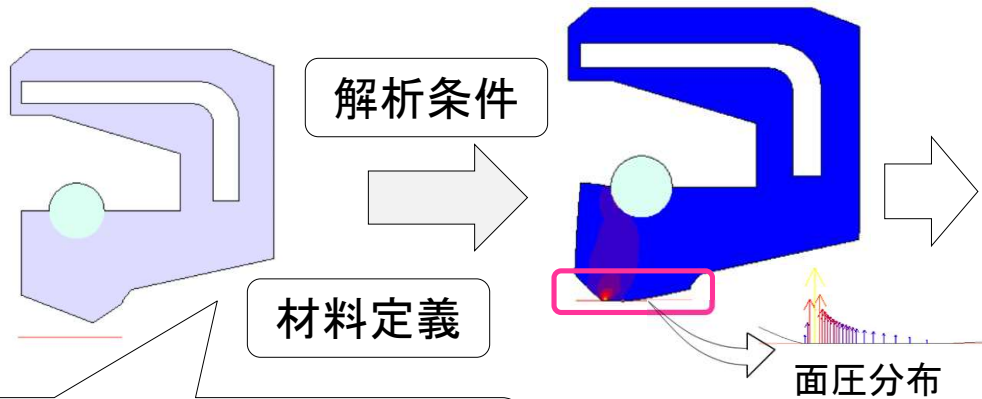


、縦置き型・小型 格安で構築  
販売・図面ベースの提供可(有料)

# 製品から材料定義も可能、お試しデータもご用意

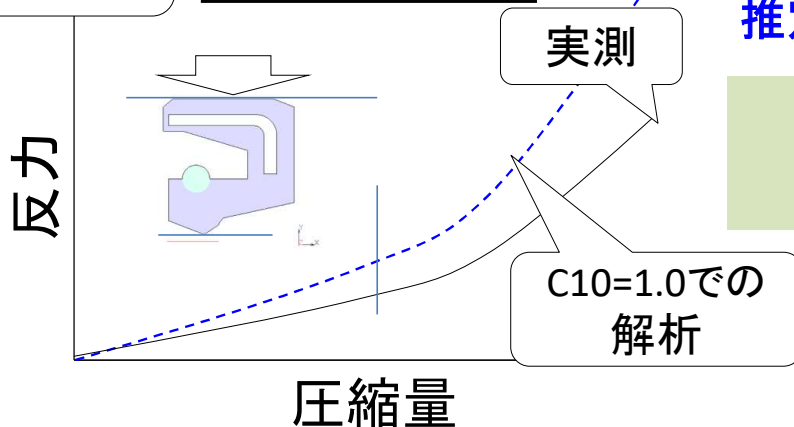
製品測定から

シールの解析



シート、短冊が入手できない

圧縮反力予測



製品試験

+

解析

+

材料データ  
ベース

推定 ↓ 構築

解析用  
パラメータ

サンプルデータの提供

材料名	硬度(Hs)
天然ゴム	35-80
スチレンゴム	35-80
ニトリルゴム	35-80
クロロプレンゴム	48-75
エチレン・プロピレンゴム	50-80
フッ素ゴム	55-80
シリコンゴム	35-60

- 1) 短冊測定からデータ特定
- 2) 手掛かりない場合、お試し  
無料サンプルの提供も。

せん断 弾性率	C10	C01	C11
9.500	2.8654E-01	3.3348E-02	-4.5506E-03

寺子屋/CAE解援隊

連絡先 [hagi@terakoya2018.com](mailto:hagi@terakoya2018.com)

# ゴム設計開発のお手伝い

PR

構造解析から流体解析までソフトを問わず、**解析のお困りごと**をお手伝いします。

解析に使用する材料データの定義方法

モデル化の方法

解析予測精度の向上

結果の見方

解析の効率化方法



- メールでの対応はどんなことでも**無償対応**です
- **web会議招待**いただければお困りごと対応します

- ノウハウをまとめた書籍を出版しています

第1弾超弾性に加えて、熱、粘弾性、耐久まで  
**第2弾 7月発売**  
アマゾンからも

## セミナー情報

JTC 日本テクノセンター様 ゴム製品の設計から耐久性解析

ゴムタイムス社様 ゴム解析の基本から製品開発への展開

セミナー&サポートのページで紹介、**御社専用の内容**でも実施・要相談



---

ありがとうございました

解析だけでなく、ゴムのお困りごとなんでもご相談ください。

**寺子屋**

<https://terakoya2018.com/>

MAIL : [hagi@terakoya2018.com](mailto:hagi@terakoya2018.com)