

ここまで教えてくれないゴムの特性の話  
-非線形性発現からひずみエネルギー関数までの基礎-

2022. 10. 17. 寺子屋 萩本

寺子屋/CAE解援隊

URL <https://terakoya2018.com>

連絡先 [hagi@terakoya2018.com](mailto:hagi@terakoya2018.com)  
080-2230-8785

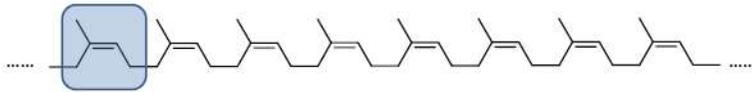


# ゴムとは何か

ゴムは図に示す構造の高分子

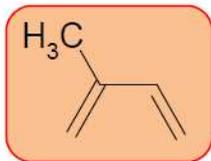
構造式では表せませんが、電子顕微鏡でやっと分子が確認できるくらいのマイクロ構造の集合

## 天然ゴムの構造



Z-配置の二重結合を含むポリマー  
これがらせん状に巻いた構造をとり、  
ばねのように伸び縮みする

下図のような $C_5H_8$ ユニット(イソプレン)  
のポリマーである



イソプレン  
2-メチル-1,3-ブタジエン



出展: <http://www.org-chem.org/yuuki/TUS/6terpene.pdf>

天然ゴムは、ゴムの木の樹液

乾燥させて使用  
寒天みたいなもの・・・

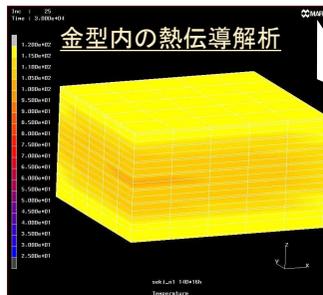
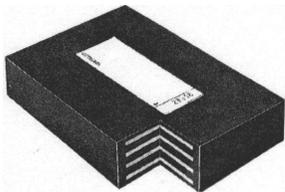
無色透明、光を遮り白っぽい(黄色)

混ぜ物、特にカーボンブラックの**黒色**、他

最近では、ホワイトカーボンなど使って白  
後に、着色(カラーワイパーなど)

- ・加硫材(硫黄、過酸化物)
- ・加硫促進剤
- ・老化防止剤
- ・充填剤
- ・補強材(カーボン等)
- ・加工助剤

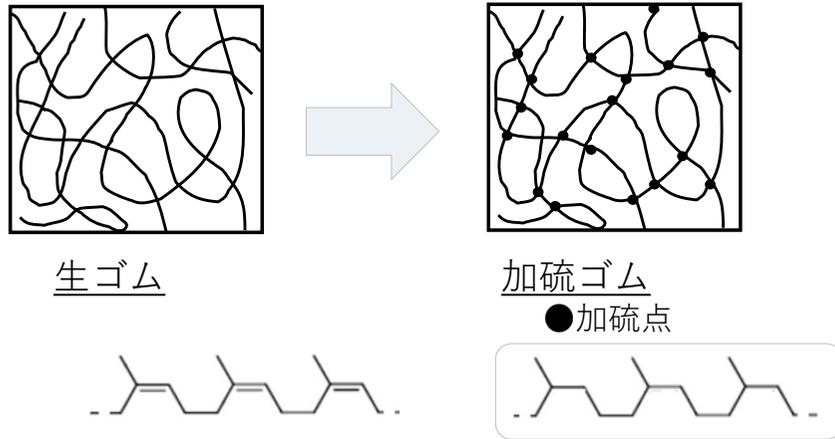
## ゴム支承



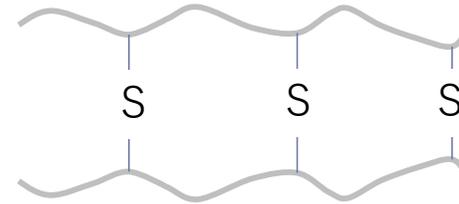
閉空間で  
熱と圧力を加え加硫

熱と圧力を加えて形を作りながらゴムを反応(加硫)させる。

# ゴムの剛性の発現について



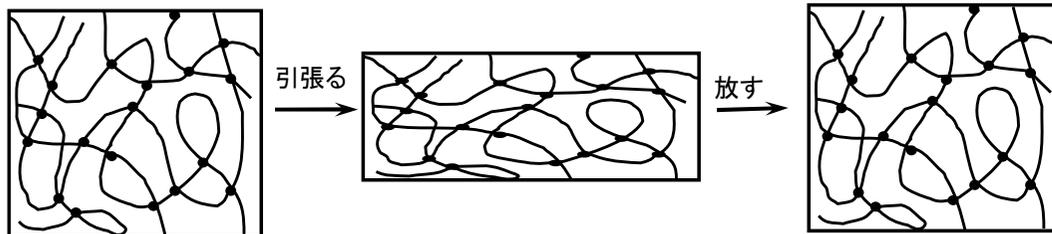
元の高分子が、二重（電子）結合、一部と手を柵ぐ



※過酸化化物での加硫は、二重結合ではなく単結合もラジカル結合によって反応させている。（説明略）

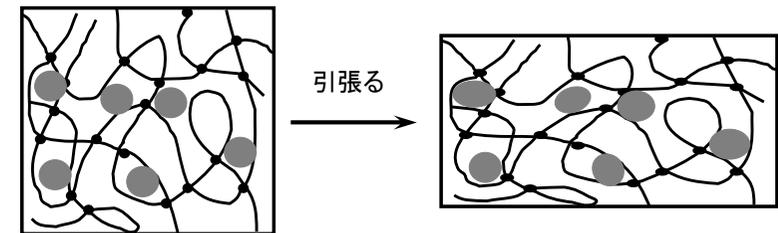
余談：加硫とはもともと硫黄“硫”での反応をいう。  
しかし、近年発達した過酸化化物での反応も一般的な架橋という言葉ではなく、ゴム屋さんは加硫と言います。

加硫ゴムの伸張



カーボンの抵抗

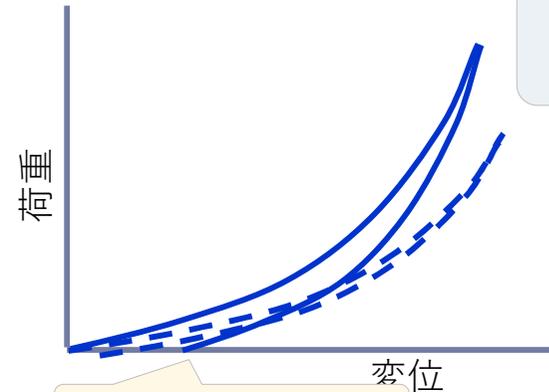
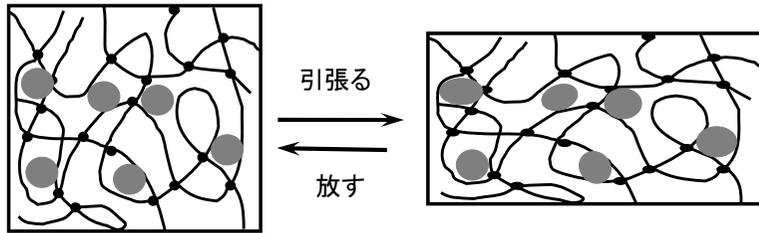
●カーボン



# ゴムの剛性の発現について

カーボンの抵抗

●カーボン



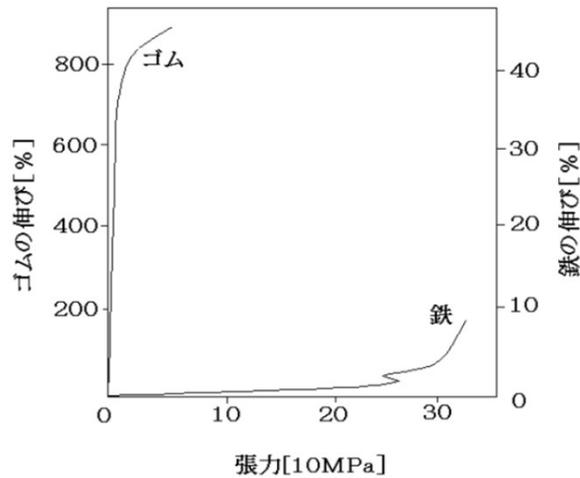
引っ張って戻すと、**ロスとへたりが発生**

カーボンがない場合は**剛性、ロス共に小さい**  
(非線形性も小さい)

**ゴムの非線形性も発現**

## 金属との比較

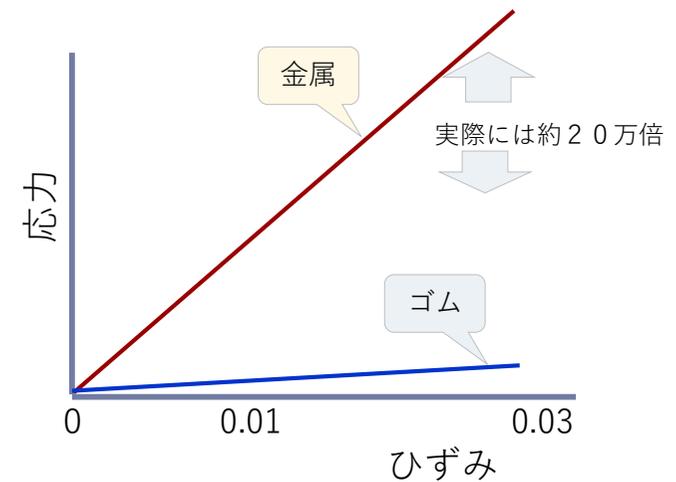
なぜ、非線形性が発現するのか？



剛性は5桁以上異なる  
(非常に大きい)

金属は弾性域が小さい

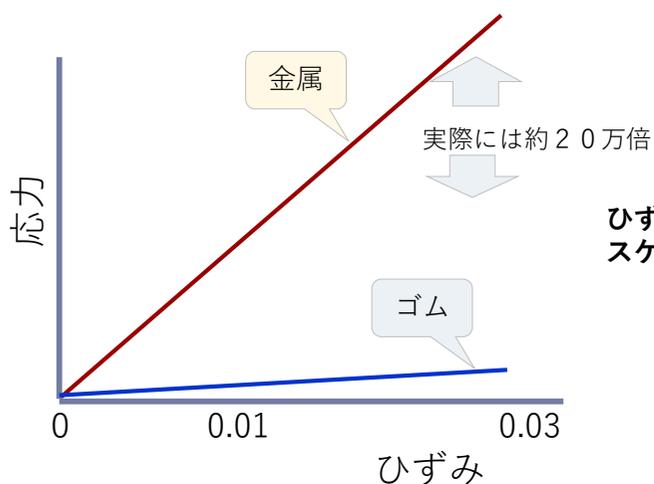
**小変形域で比較する**



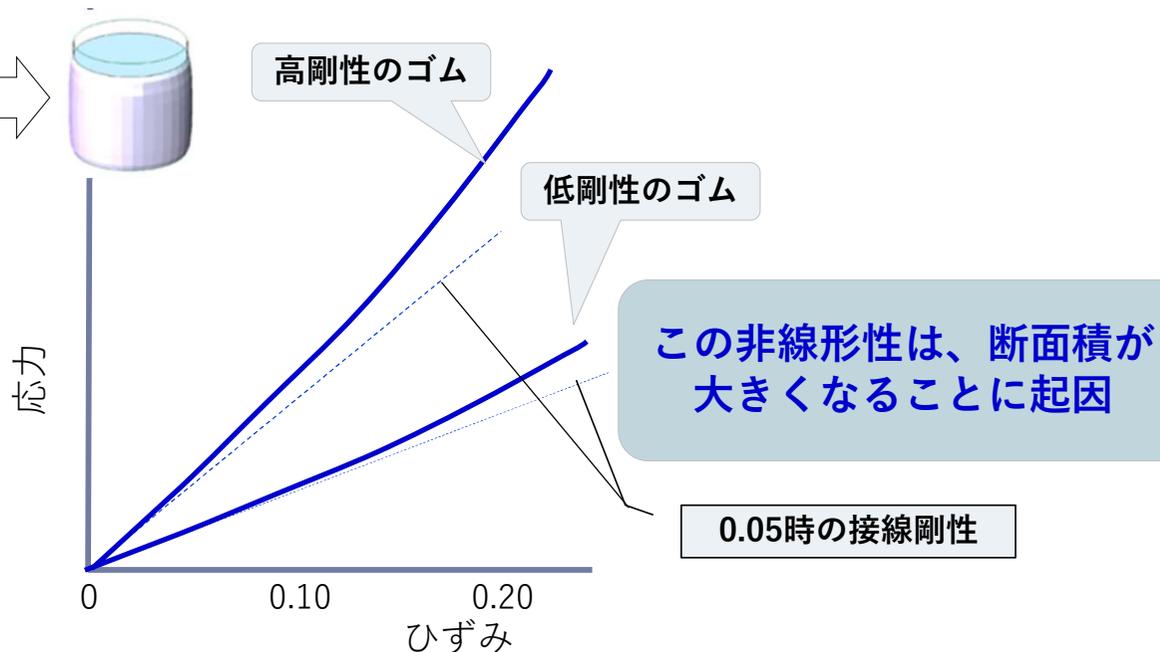
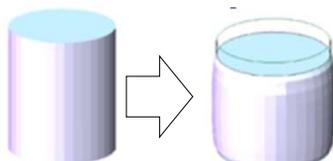
**微小変形ではゴムの線形で解析可能** (別の意味での難しさはある、ペイン効果などありますが無視して大丈夫)

# ゴムの剛性の発現について

では、どこから非線形なのか・・・



ひずみ  
スケール変更



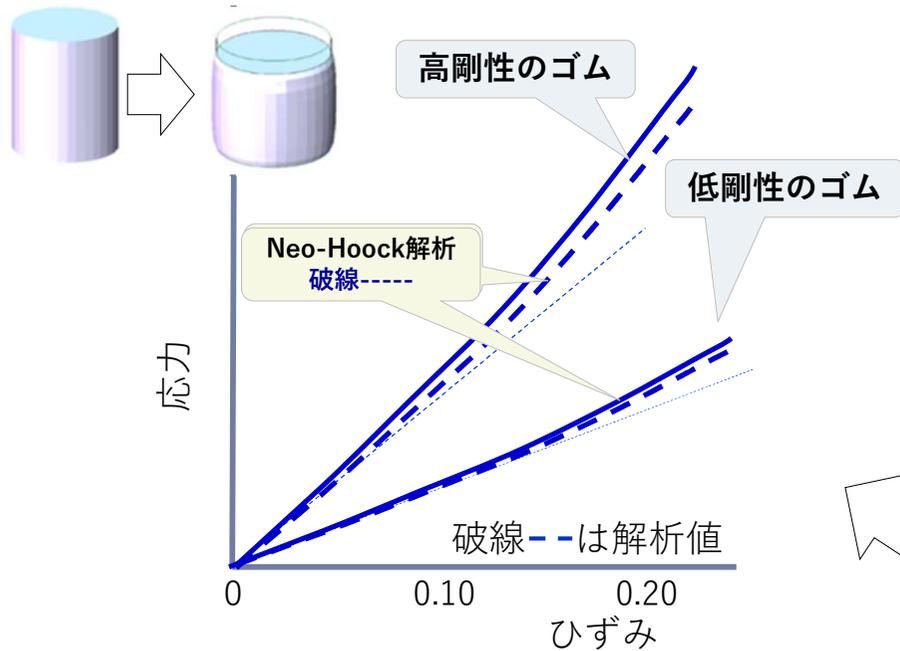
非線形性は断面積の変化により、  
低剛性と高剛性で、傾向が異なる。

高剛性ゴムは変形が大きくなると  
0.05時の接線剛性に対して離れていき易い。

これは配合に起因する。

低剛性に比べて、高剛性ゴムはカーボンや架橋剤（硫黄、過酸化物など）が増えるため、  
抵抗が大きくなるので断面積変化以上に非線形性が発現する。

# ゴムの剛性の発現について



ゴムの非線形性を表現する式は  
ひずみエネルギー密度関数で表します。

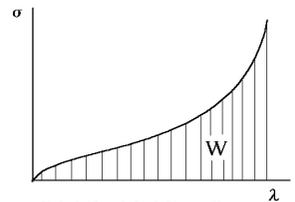
ひずみエネルギー密度関数の表現式

$$W = W(I_1, I_2, I_3)$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1$$



[対角線効果]

[面積効果]

[体積効果]

1) Neo-Hookeanモデル

$$W = C_{10}(I_1 - 3) \quad \dots \quad \text{最も単純な材料表現}$$

$$C_{10} = E/6 \quad \text{の関係}$$

この表現式で解析すると

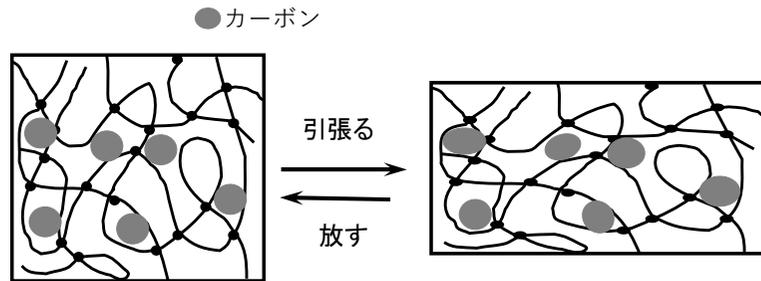
低剛性は線形に近いNeo-Hooke式でよく合うが、  
高剛性ゴムは合い難いことが良くわかる。

これからも高剛性ゴムは、材料自体の非線形性が大きいことがわかる。

# 非線形性について

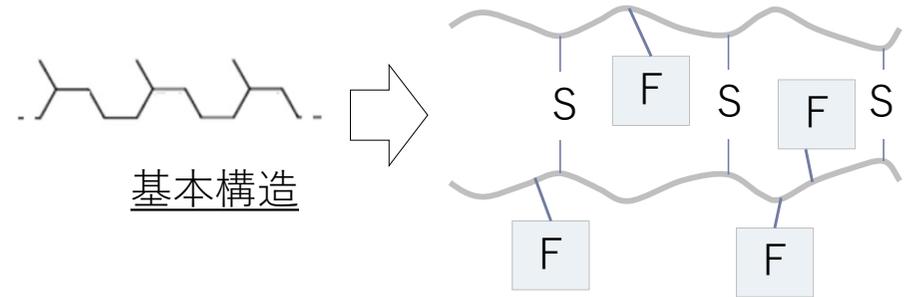
非線形性は、

カーボンの抵抗



カーボンが多いほど非線形性が大きい

分子自体の抵抗

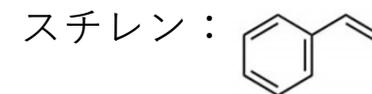


官能基が大きいほど非線形性が大きい

F

天然ゴム：CH<sub>3</sub>

ニトリルゴム：CN



クロロプレンゴム：Cl

大きさのみではなく、極性ということもあるが・・・（ここでは省略）

カーボンの量や官能基の大きさのみではなく、  
カーボンの粒子径、官能基の極性で抵抗が決まり剛性やロスに効いてくる。

# 非線形性について

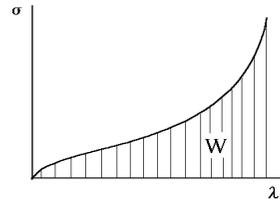
## 各種表現式

1) Mooney-Rivlin

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3)$$

2) Yeoh

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_2 - 3)^2 + C_{30}(I_2 - 3)^3$$



3) Mooney高次式

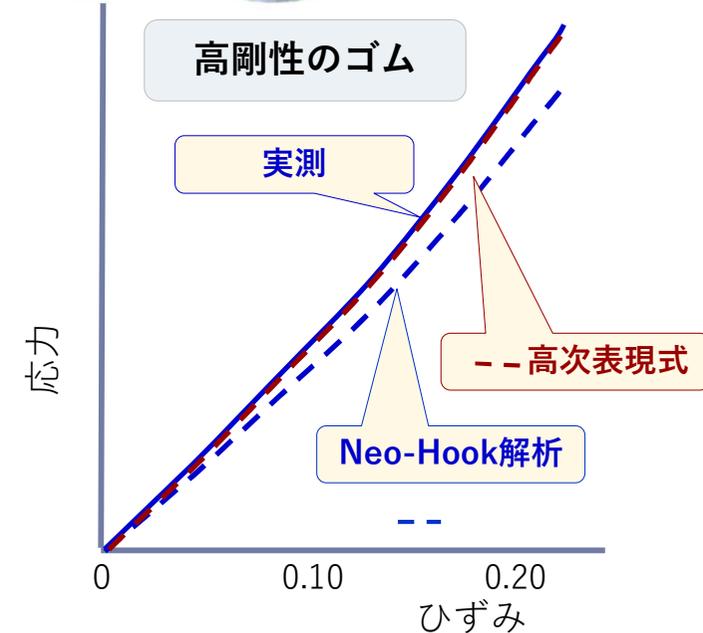
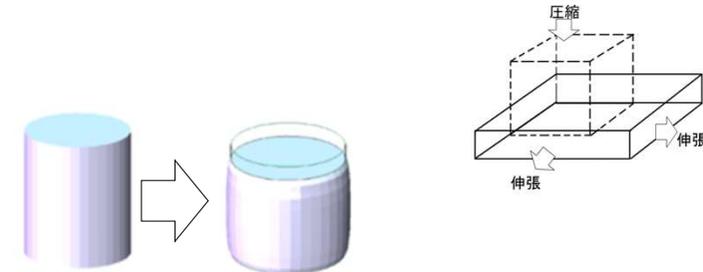
$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3$$

4) O g d e n

$$W = \sum \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3)$$

5) Arruda-Boyce

$$W = nk\theta \left[ \frac{1}{2}(I_1 - 3) + \frac{1}{20N} (I_1^2 - 9) + \frac{11}{1050N^2} (I_1^3 - 27) + \frac{19}{7000N^3} (I_1^4 - 81) + \frac{519}{673750N^4} (I_1^5 - 243) \right]$$



3 ~ 5 の高次の関数表現であれば、十分に実測を表現できる。

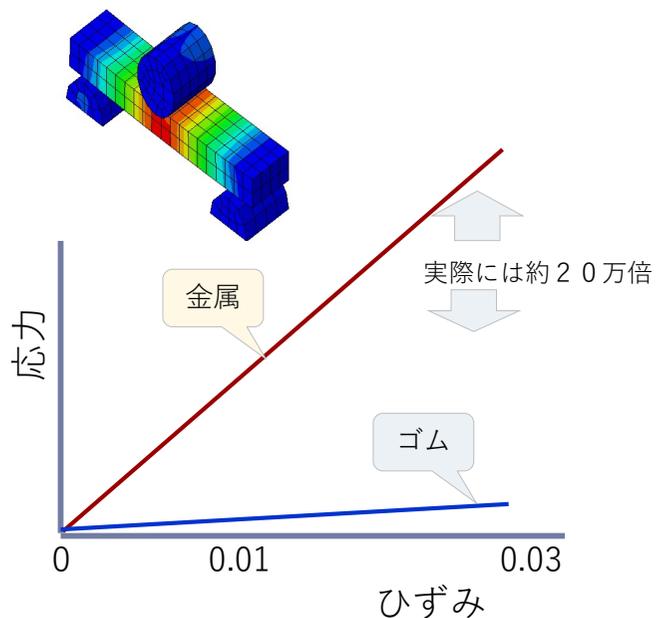
2 (Yeoh) は経験がありません。(今後データ収集)

# 金属とゴムの違い (まとめ)

## 微小変形域

ゴムも金属同様、線形表現で十分解析可能

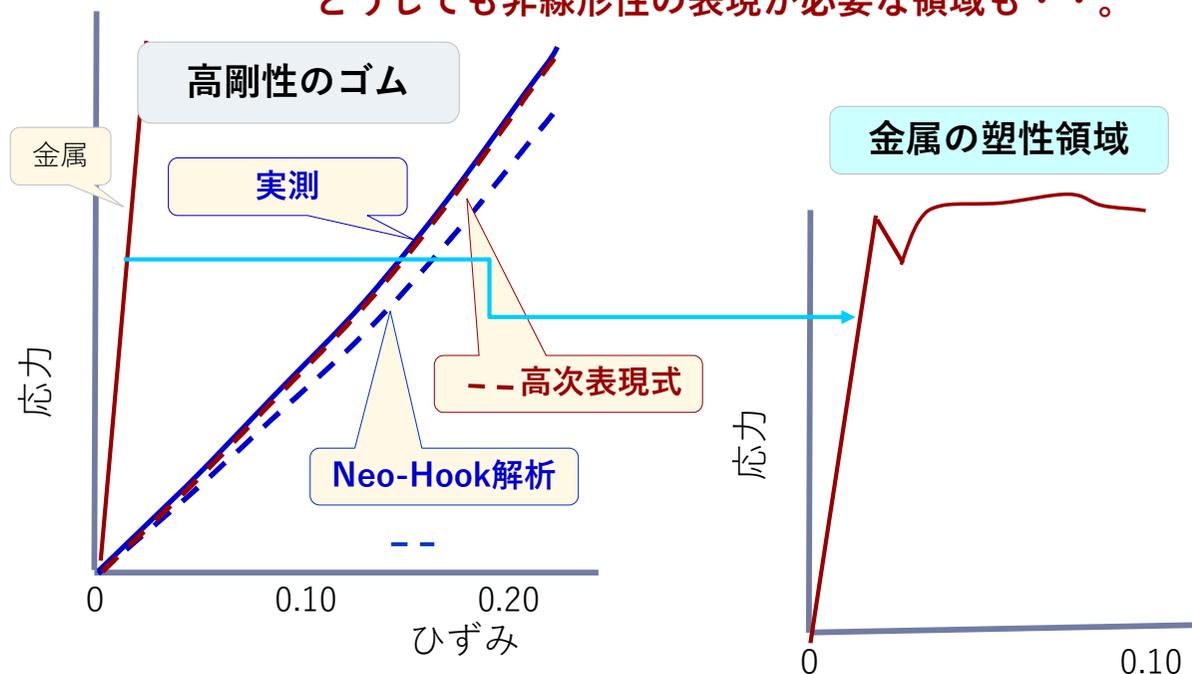
精度含めて十分な結果、ただし、ゴムとしての定義。



## 大変形域

ある程度、ゴムも断面積変化で線形剛性で表現できる。

どうしても非線形性の表現が必要な領域も・・・



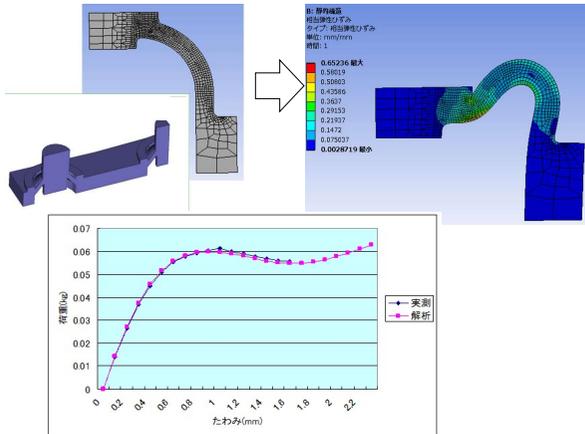
ゴムの非線形性は、材料としての非線形性もあるが

断面積の変化による非線形性も大きな割合を占める。

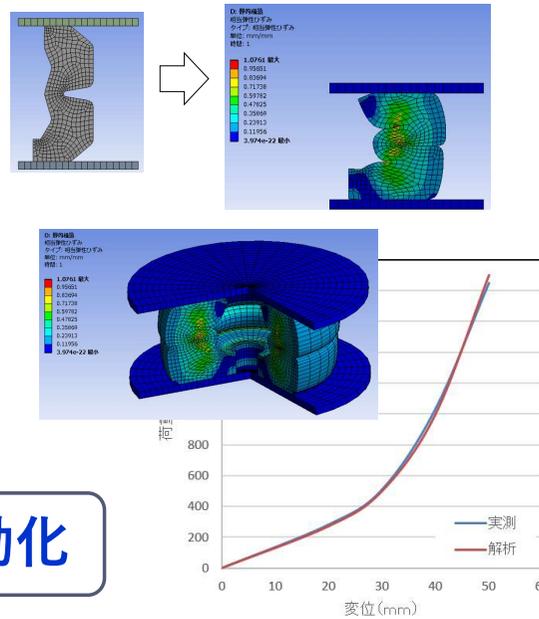
# 情報

## ①ゴムのFEM解析基礎

### ラバーコンタクト変形解析



### ラバースプリングの変形解析

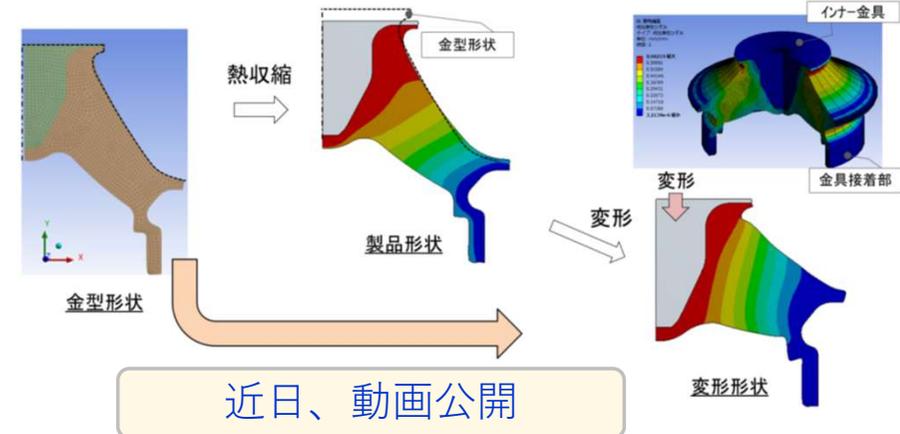


## ③FEM解析の自動化

お手伝いします、ご相談ください。

## ②線形FEM解析で防振ゴム設計

線形解析ソフトでの 熱+変形解析=非線形解析



## ③CADの自動化（自動描画）

## ④業務の効率化

# セミナーのご案内

無料セミナーはご招待いただき開催も検討

ホームページに無料・有料セミナー順次更新

ゴムの解析基礎・応用

防振ゴム設計・解析基礎  
応用

シール設計・解析基礎  
応用

ゴムの粘弾性から耐久性

解析・CAD自動化

解析実習  
1日でMARC習得

ひずみエネルギー密度関数  
サンプル無料プレゼント

第2弾ゴムタイムス社様から発売中  
アマゾンからも購入可  
第1弾(超弾性部のみ)プレゼント

問い合わせの方 第1弾(超弾性部のみ)ゴムのFEM解析 まもなく完売  
メール: [hagi@terakoya2018.com](mailto:hagi@terakoya2018.com)

初心者のための  
ゴムの有限要素法解析

萩本光広 著

コロナ社

# 寺子屋 サポート概要

ノウハウを提供する会社です。自立して頂く...

ゴムのお困りごと、何でも相談ください。

## CAE適用

### 立ち上げお手伝い

・セミナー、育成サポート(座学)

・解析初心者ご指導

・ゴム材料定義

・解析条件の定義方法、見直し/間違え易い定義

・結果の見方、処理

### 実用化・運用

線形～大変形解析

・クリープ～応力緩和解析

・動解析

・熱・金型設計

・衝撃、落下解析

・疲労寿命/耐久性予測

## 効率化

・CAD自動化

・解析自動化/条件設定、結果処理

・リバースエンジニアリング

変形状態のCAD化、Assy組み込み

## 品質管理

・不良原因解明

・原因の可視化

・工程改善

知識集約情報発信  
標準化はCAEの役割です

寺子屋/CAE解援隊

連絡先 [hagi@terakoya2018.com](mailto:hagi@terakoya2018.com)

1991年から同志社大学で坂口教授のもとで研究スタート、今も勉強中

ゴムの二軸伸張試験、承ります。 -ゴムの専門家として解析適用までサポートします。-

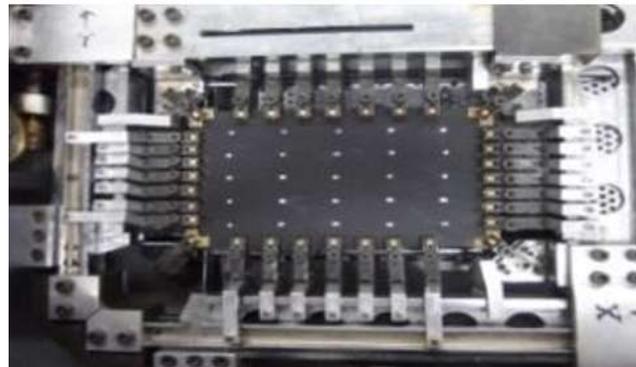
二軸伸張試験実施 ⇒ひずみエネルギー密度関数(Mooney, Ogden等回帰、係数算出。 25万円～複数割あり

$$W=C10(I1-3)+C01(I2-3)+C11(I1-3)(I2-3)+C20(I2-3)^2+C30(I2-3)^3$$

Ogden定義も可能です。



- ・エネルギー関数の真実、注意すべき点
- ・ゴムの解析への適用方法
- ・線形解析での間違いやすい点、その他サポート



サンプル取り付け部



高さ80cm、重さ30kg

現地（富山）の二軸試験機

従来の試験機は、横置き型・大型 非常に高価 旧型、富山工業試験場、昭和生まれですがまだまだ現役です。

材料定義をご自身で修得

お問い合わせリンク  
<https://terakoya2018.com/question>

# 公共試験場を利用して ゴムの解析用ひずみエネルギーを構築しませんか。

- 候補日をいただければ調整します。1社4名様くらいまで -

1. 富山県でご希望の日程で、6時間程度で修得できます。  
操作は簡単で、ひな型を使って回帰も簡単です。  
※ひな型販売もしています。
2. 公共試験場ですので、安価に、(修得すれば)いつでも  
ご利用いただけます。  
アフターフォローも万全です、問い合わせに回答します。

現在、現役の試験機ですが何分、昭和生まれですので・・・  
使えるうちに覚えましょう。



富山県  
産業技術研究開発センター

Google 検索  
WWW を検索 センター内を検索

リンク お問い合わせ

HOME 技術支援 センター概要 お知らせ 主要設備 刊行物 研究開発 産業財産権  
Program About News Facility Publication Development Industrial property rights

ホーム > 概要 > 組織・研究職員 > 生活工学研究所

概要・沿革 組織・研究職員 交通案内

### 生活工学研究所

「衣」、「住」、「遊」といった人間生活に関する産業製品の開発や生産を支援するための研究指導を行っています。特に、感覚、生理あるいは動作等人間特性の計測評価をとおして人間適合型の生活関連製品の開発、生産を促進するための研究に重点を置いています。

〒939-1503 富山県南砺市岩武新35-1 TEL:0763-22-2141 FAX:0763-22-4604

寺子屋/CAE解援隊

URL <https://terakoya2018.com>

連絡先 [hagi@terakoya2018.com](mailto:hagi@terakoya2018.com)

080-2230-8785

富山県産業技術研究開発センター ([pref.toyama.jp](http://pref.toyama.jp))

## 解析に使用する材料データの定義方法

# 寺子屋 サポート費用の考え方

### 材料定義から予測精度の向上

#### 材料定義

- ・ 富山での修得、自力定義 20万円～  
※自力で定義することにより追加材料費用は試験機使用料のみ。
- ・ 委託定義 2材料程度 35万円～  
粘弾性、スポンジなどは別途追加費用

#### 解析の見直し

- ・ ゴムの解析基本修得
- ・ 条件見直し
- ・ 誤差原因の確認
- ・ 収束性向上

#### 結果の見方

- ・ ゴムの結果の見方
- ・ 誤解の排除、ソフトの癖etc.  
合っているのに合っていないと勘違い

1案件 ～90万円

※お客様が実施分、費用圧縮させていただきます。

※※スポンジゴムの解析をメールのやり取りのみで実用化したお客様も。

### 効率化・実用化

#### 効率化・自動化

適用

動的・固有値

緩和・クリープ

熱・型設計

疲労・老化

材料再定義など

#### リバースエンジニアリング

設計・開発者への展開

結果のみでなくノウハウまで提供 ～200万円

●メールでの対応はどんなことでも無償対応です。●web会議招待いただければお困りごとに対応します。

ゴムのFEM解析を中心としたお手伝い

解析用材料定義から予測精度の向上

セミナー開催・お役立ち情報の発信

ゴムの疲労寿命・  
耐久性予測

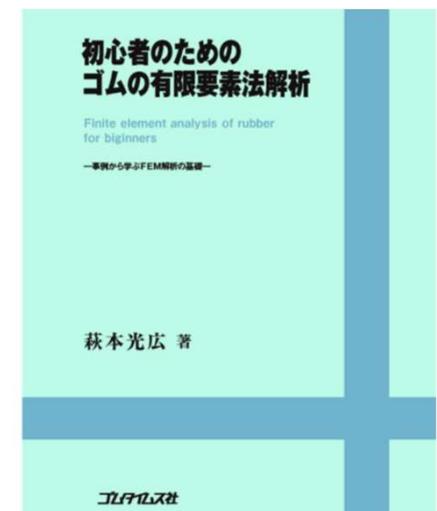
CAD、FEM解析の効率化・自動化

ご不明な点があれば何なりとお問合せください。  
メールでの対応はどこまでも無料です。

寺子屋 検索：ゴムのFEM解析 寺子屋

<https://terakoya2018.com/>

MAIL : [hagi@terakoya2018.com](mailto:hagi@terakoya2018.com)



第2弾ゴムタイムス社様から発売中  
アマゾンからも購入可  
第1弾(超弾性部のみ) 販売完了

## 代表の個人的な **実績**

### 二軸伸張試験からFEM解析予測精度の向上

1991年から同志社大学坂口一彦教授のもと  
ひずみエネルギー密度関数研究をスタート(社会人4年目)

・ゴム材料定義 ノウハウ含めて2000年MSCソフトウェアで発表  
最優秀事例発表賞を受賞 社内でも評価上がる

・解析条件の定義方法及び材料定義確立から、2005年会社を移り  
ゴム製品製造の会社、2社で解析予測精度の向上  
自動化による解析工数の80%カットを行い2016年起業

#### [主な事業内容]

線形から非線形解析全般

・解析初心者のご指導

・セミナー開催、育成サポート

・CAD自動化、効率化のお手伝い

・ゴムの二軸伸張試験からのエネルギー関数定義、動的、熱、疲労寿命まで

全てノウハウからご提供します。社内技術構築にもお役立てください。

寺子屋/CAE解援隊

連絡先 [hagi@terakoya2018.com](mailto:hagi@terakoya2018.com)

# 講師の履歴書 youtubekワード ゴムの解析 寺子屋 自己紹介

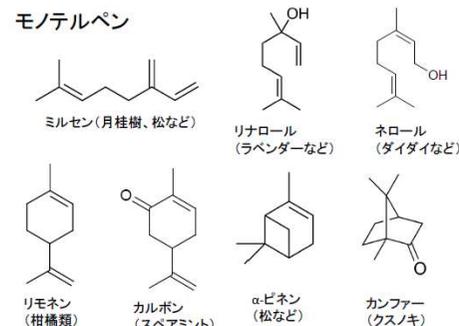


進学校の予定が  
推薦入学で  
オリンピックめざし  
インターハイまで

中学 ⇒ 高校

大学

物理が苦手な化学専攻  
香水の合成



快い香りのものが多い

英語勉強せず  
(化学と数学で突破)

ちょっとしたこと  
推薦でなく受験

就職

防振ゴムの設計/物理系

1991年～ FEM解析  
主担当・海外研修  
解析マニュアル全て英語



英語での講師 2000年ころ  
海外からの研修・講師

現在

物理系  
FEM解析での仕事

化学系出身でもこの程度できます。

寺子屋代表 自己紹介YouTube ご覧ください

[https://www.youtube.com/watch?v=fpEvkk\\_wow8&t=17s](https://www.youtube.com/watch?v=fpEvkk_wow8&t=17s)