

ひずみエネルギー密度関数の定義用の簡易型二軸試験機  
Simple Biaxial Tester for Strain Energy Density Function Definition.

○萩本光広 Mitsuhiko Hagimoto  
寺子屋 Terakoya

*Key Words* : Strain Energy Density, Finite Element Method, Rubber Material, non-linear Analysis, Biaxial Extension Tester of Rubber,

It is said that rubber analysis is difficult in FEM analysis. Is it right. If defined correctly, it is not difficult in nature. In rubber analysis, there are some points that are peculiar to rubber and are easy to make mistakes. We will explain the points for improvement and propose a testing machine that improves the accuracy of analysis prediction at a low cost.

## 1. 緒言

建物の免振ゴム、自動車のタイヤやワイパー、エンジンマウント等の各部品、OA 機器など様々なゴム材料が使われている。それら製品の挙動を開発段階で試作なしに、シミュレーションで特性を精度よく予測することは重要な課題である。その特性は、様々な式で表現されますが、そのおおもとなるデータは京都大川端李雄教授が開発した二軸伸張試験機<sup>1)</sup>で採荷重するのが有効な手段である。ひずみエネルギー密度関数を定義するには、二軸伸張試験から2方向のひずみと応力の関係から定義する。しかし、装置は非常に高価で簡単に用意できるものではなく、その為データを採り定義することが手軽に使用できる場所が少ないのが現状である。

今回、安価に製作可能な簡易試験機を考案し、製作して有用性の検証ができたので報告する。精度も既存の二軸試験機、富山工業試験場（産業技術センター）と同等の性能であることまで確認でき、確認項目とひずみエネルギー密度関数に関する考察を添える。

これにより、ひずみエネルギー密度関数の研究が進めやすくなったと考える。

## 2. 二軸試験機からひずみエネルギー密度関数の定義

京都大学川端氏の考案した試験機、ここでは従来型と呼び、現在も現役で富山県技術研究開発センター・生産工学研究所（南砺市）[Fig.1]で使用できる。京都大学川端氏や同志社大学坂口氏の研究は、1960年ころ現在のJSR様/旧日本合成ゴム様でMooneyさんと始まった。

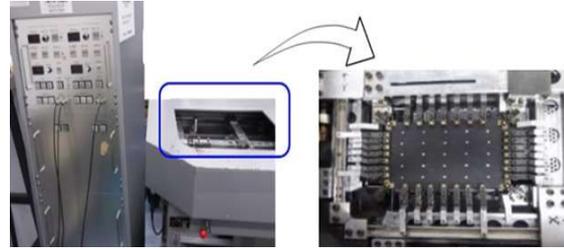


Fig.1 Original Conventional type Biaxial Tester

詳細原理は川端氏の論文<sup>1)</sup>を参照、要は四隅の荷重を採るチャックはロードセルから外していること、いろいろな変形形態の二軸伸張試験を行っていることである。

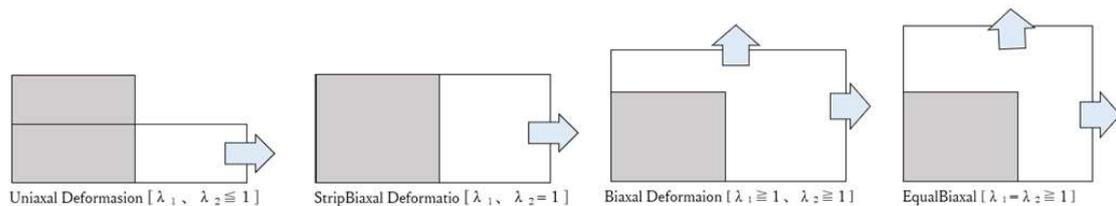


Fig.2 Deformation Type of Biaxial Test

伸張比（ $\lambda = \text{ひずみ} \varepsilon + 1$ ）として定義され、特徴的なのは単軸では定義できない $\lambda_2$ を一軸伸張で定義していることである。単軸と一軸伸張は違う。

従来型は、試験片が□120mm、厚み1~2mm程度で測定し、測定結果から、応力と伸張比、ひずみ、さらにエネルギー密度との関係を（1）（2）式から求めている。

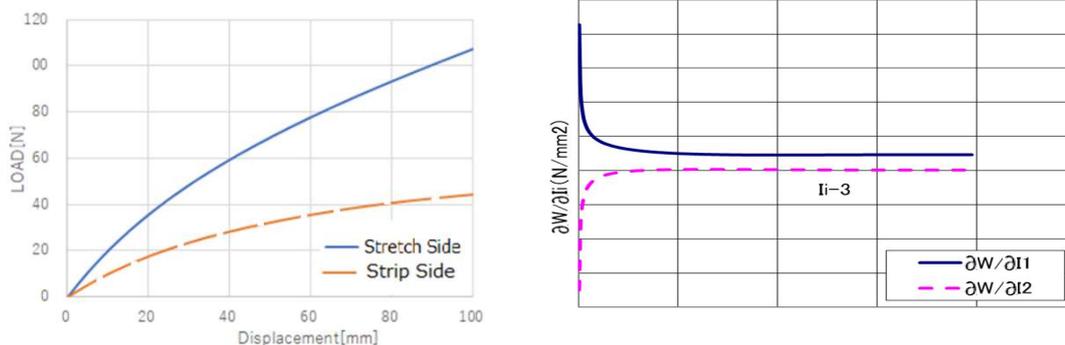
$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_1} = \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{\lambda_1^3 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2^3 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right] \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial W(I_1, I_2)}{\partial I_2} = \frac{1}{2(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \left[ \frac{\lambda_1 \sigma_1}{\lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} - \frac{\lambda_2 \sigma_2}{\lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2}} \right] \quad \dots (2)$$

テンソルは次のように定義されます。

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 && \text{[対角線効果]} \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 && \text{[面積効果]} \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1 && \text{[体積効果]} \end{aligned}$$

一軸拘束二軸伸張試験で検証すると



Graph of Two-direction Total Force Energydifferential graph of biaxial test  
Fig.3 Verification of Original Type Biaxial Tester by FEM Analysis

検証については、紙面の関係から詳細を省略し、簡易試験機の項で応力とひずみの比較で説明する。

### 3. 簡易試験機の製作及び検証

簡易試験機は、一軸拘束二軸伸張、純せん断の領域に特化して製作した。その理由は後述するが、この領域のデータで十分ひずみエネルギー密度関数の定義と精度よく解析するのにほぼ十分です。“ほぼ“というのは風船のようなものを正確にするには、やはり均等二軸試験が必要で治具を工夫することにより単軸試験機で測定可能であり、川端氏の論文でも紹介されている。チャック部は次のような形で、従来型を模倣しています。

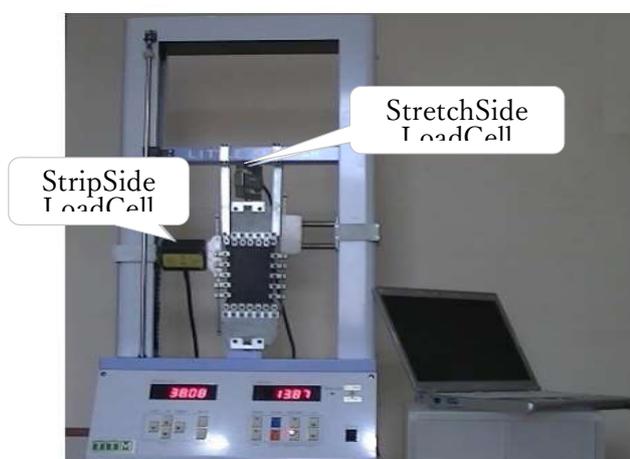
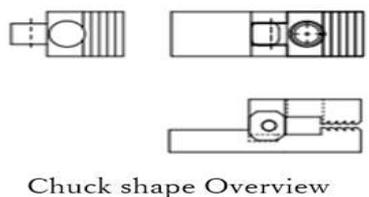
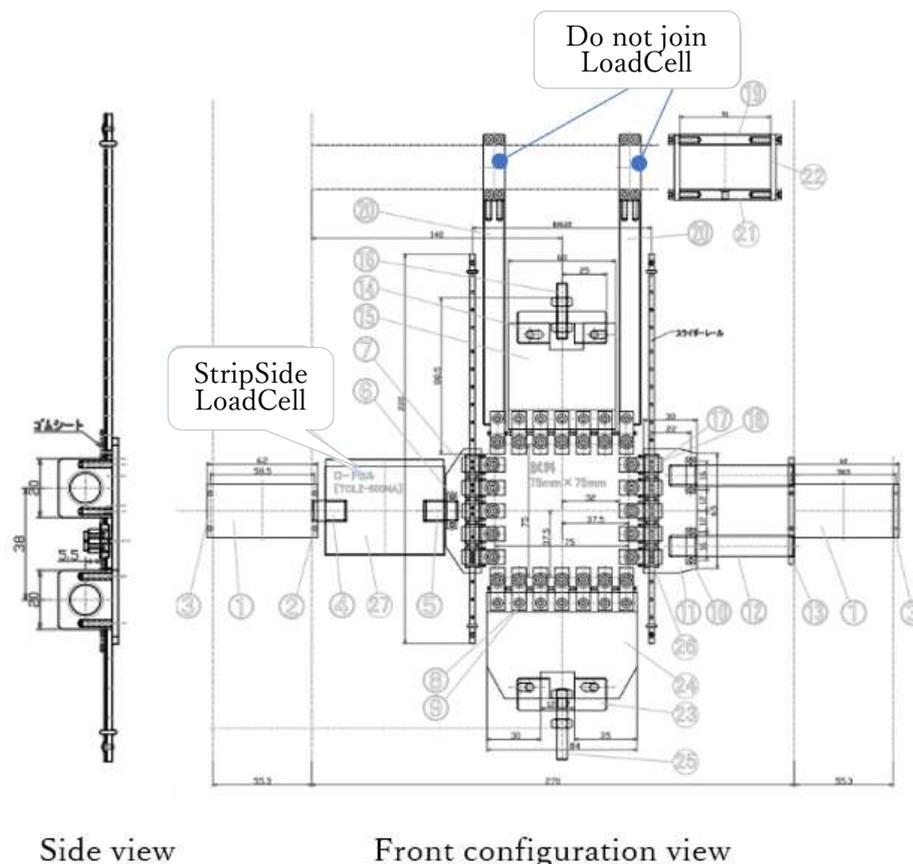


Fig.4 Overview of Simple Type Biaxial Tester

試験機の構成だが、単軸の一軸伸張試験機に治具を装着する。上下にスライドするリニアスライダを側面に配置し、四隅のチャック部の荷重を逃がすためのアームなど工夫をしている。伸張試験機であるため、二軸の拘束側（側面側）の荷重を採るために、側面にもロードセルを配置してパソコンへ取り込み処理をする。



Side view

Front configuration view

Fig.5 Attachment Overview of Simple Biaxial Tester

得られたデータは次のようになります。伸張側を元々の伸張試験機のロードセルから、拘束側の荷重をもう1つ配置したロードセルでそこで記録する。

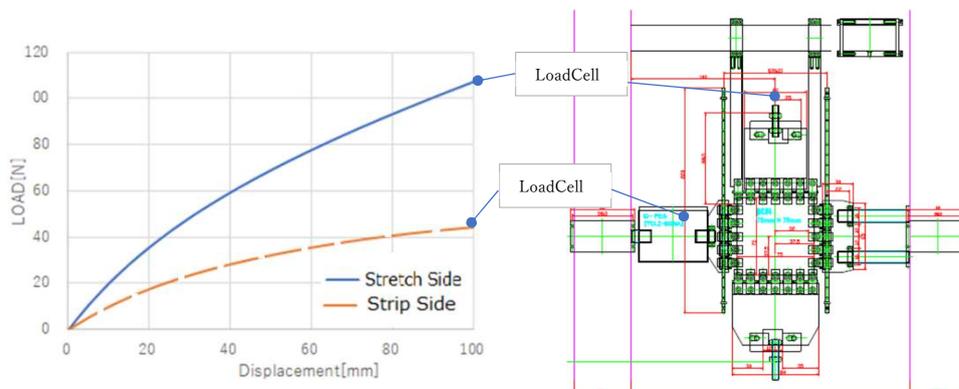


Fig.6 Principle diagram and Its characteristics

同様に、解析で変形時の反力を確認する。

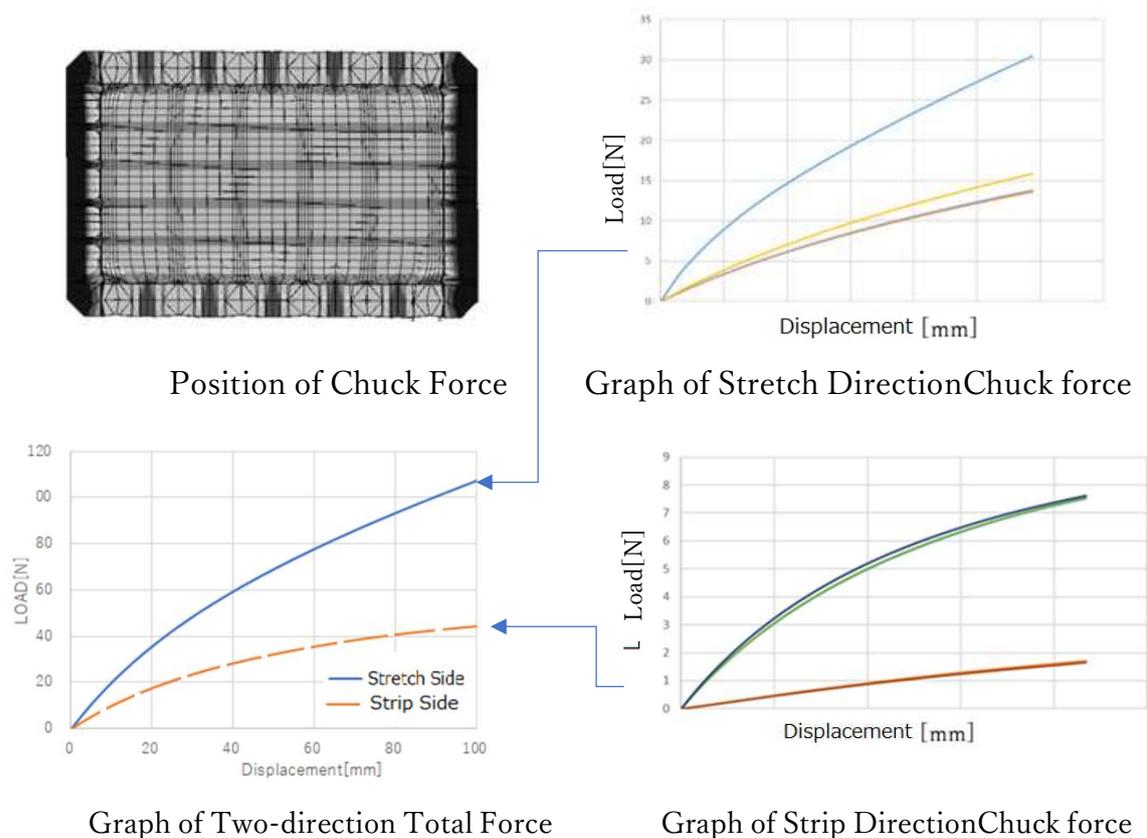


Fig.7 Verification of Original Type Biaxial Tester by FEA

ここで、従来型と今回の簡易試験機の変位と荷重の関係から、同志社大学坂口氏の論文<sup>2)</sup>にある有効断面積を考慮すると、双方のひずみと応力の関係はほぼ一致する。

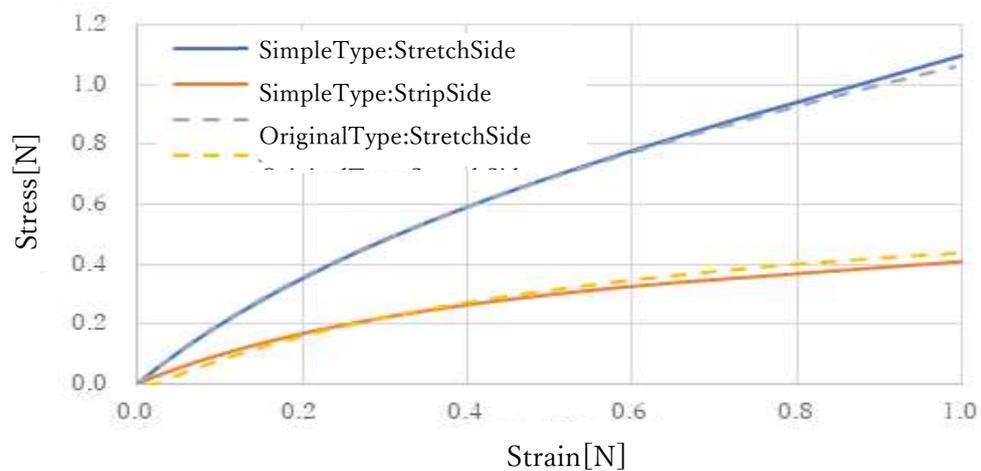


Fig.8 Comparison of characteristics considering effective cross section

伸張側と拘束側の比率は、低伸張側 50%程度から高伸張側 45%程度で双方共に一致する。微妙にずれが認められるのは、簡易型がコンパクトにしたため四隅の反力、その隣にチャックの荷重までロードセルから外していないため、前頁 (Fig.7) のチャック部の荷重が従来型はほとんど1本で見えるように重なるのに、簡易型は若干異なるためと推定される。

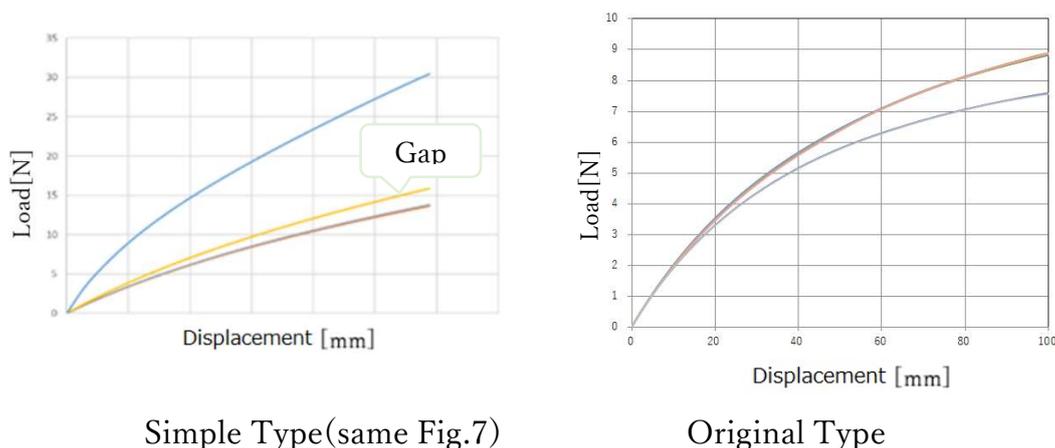


Fig.9 Graph of each chack load

いずれのタイプの試験機も、ヤング率  $E=6 (C_{10} + C_{01})$  が成り立つため、二軸でのへたり補正が難しい面を考慮して、単軸測定で正確にヤング率を求め、係数  $C_{10} \sim C_{30}$  を補正する必要がある。今回、簡易型として一軸拘束二軸伸張 (純せん断) に特化した理由を次に述べる。

## 5. 二軸試験の測定領域についてと適用例

よく言われることだが、単軸、一軸拘束二軸伸張、均等二軸のすべての領域のデータを使って係数回帰 (Mooney 氏や Ogden 氏、その他の式) をすると、解析予測精度が上がると説明されるようだ。しかし、そうでしょうか。これは間違いではありませんが、全てのデータは Mooney 式や Ogden 式にしても、これらのその全ての領域、エネルギー面を精度よく回帰することは難しい。下図に示すようにエネルギー分布のグラフの面を、これらの関数で全ての領域を誤差なく回帰するのは非常に難しいです。中間を近似して、どっちつかずの回帰式になってしまう。

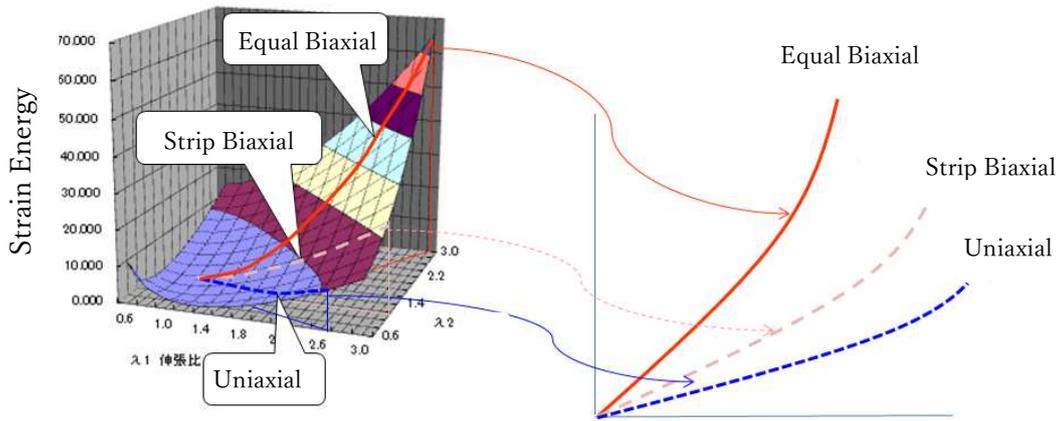


Fig.10 Strain Energy Dencity of Each Area

このことを考慮すると、解析する製品のひずみ分布に近い変形領域のデータから係数を求めることが最良だ。例えば、マフラーマウントのような輪ゴムの引張に近い製品は、単軸（一軸）伸張からのデータで回帰した係数が良好だ。

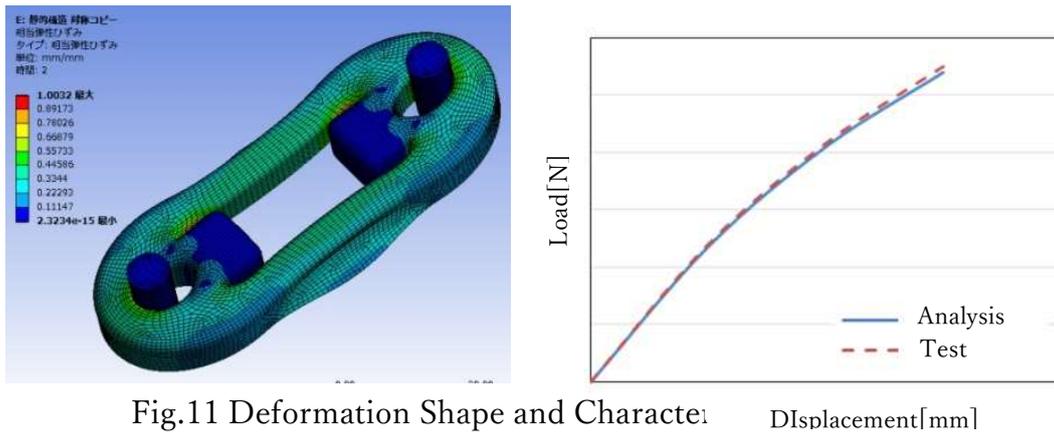
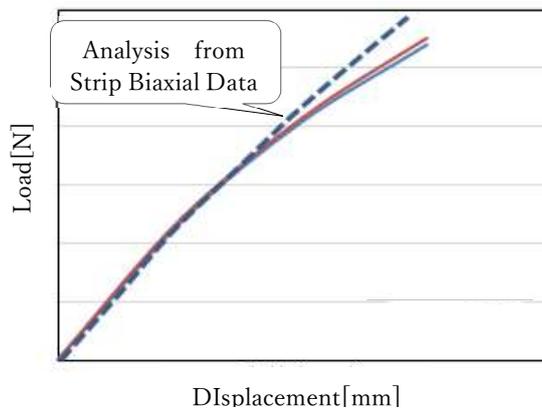


Fig.11 Deformation Shape and Characteristic

しかし、先ほどの一軸拘束二軸伸張領域から得られたデータで回帰すると、右グラフ（破線データ）のように、予測精度が悪化する。



どの領域のデータを使うか、それを考えると答えは明確で、ターゲットになる製品の変形領域と合致した領域の試験データを使うことが近道と考える。

それを前提に考えると、輪ゴムのような伸張であるマフラーマウントの解析は一軸、短冊のような単軸伸張でのデータ、エンジンマウントやクッションのような圧縮が主の製品は一軸拘束二軸伸張試験からのデータを回帰係数での解析が合うと言える。

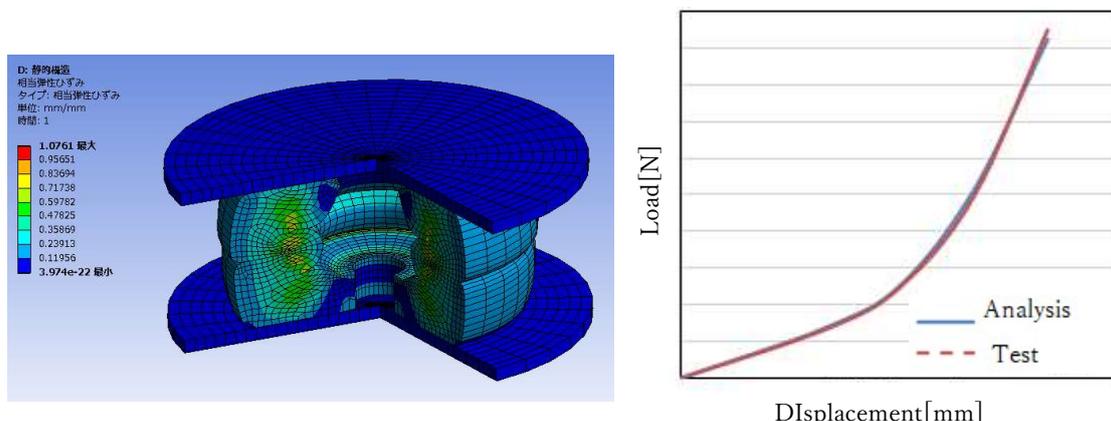


Fig.13 Deformation Shape and Characteristic of Cushion

50%圧縮する非常に大変形の製品だが予測精度が良好なことがわかる。これは明らかにラバースプリングのひずみ分布が単軸よりも一軸拘束二軸伸張試験の分布に近いからで、二軸データで非常に精度よく解析できる製品でも単軸データから解析すると予測精度が落ちる。

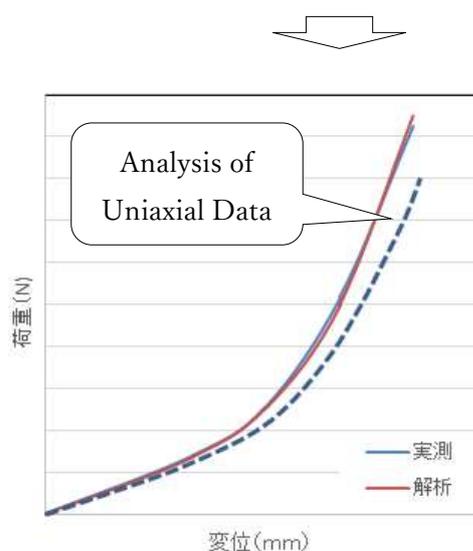


Fig.14 Comparison with Uniaxial Data

単軸、二軸試験のどの領域のデータを使うか、風船であれば想像つくと思うが、一様に両方向に引っ張られる均等二軸試験から、伸張ひずみである最大主ひずみ=中間主ひずみ、

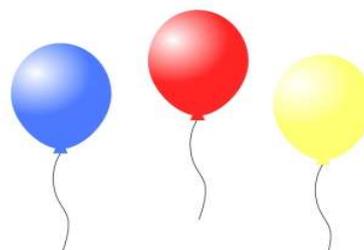


Fig.15 Overview of Balloon

となり、均等二軸の変形に近いことがわかる。

マフラーマウントであれば単軸試験から、金具付きエンジンマウントやクッションのような形状は一軸拘束二軸伸張試験からのデータが良好だが、解析時のひずみで確認できる。

よって、風船のような変形を除いて、この簡易試験機で測定する一軸拘束二軸伸張の領域測定で十分と考えられ、また、輪ゴムのような領域、この試験機で単軸試験を行えるので、ほとんどの領域を網羅できると考える。

更には治具を追加して、均等二軸試験もこの試験機で測定可能になる。

## 6. ゴムの予測精度の課題

よく聞かれる言葉だが、ゴムの解析は20%以内の予測ができれば十分な精度である、と。しかし実際にはエネルギー密度関数の定義以前に勘違いからうまくいかないケースが半分以上と考える。いくつかの原因を説明する。

### 1) ゴムの製品と測定テストピースの硬度差

多くのお客様をサポートさせていただき、製品の硬度を把握していないことをよく見かける。材料定義のために、シートの引張試験を行うが、例えば、材料定義用 TP は60 Hs の天然ゴムはせん断弾性率 1 MPa、よってヤング率 E は 3 MPa となり、実際のゴムと同等である。

では、製品はどうでしょう。製品は、現在規格として  $60 \pm 2$  Hs くらいが採用されている。(昔は  $\pm 5$  Hs という時代もあった。)

つまり、58 Hs の製品も存在し、硬度を測定していない場合 62 Hs の場合もある。では、ばねはどうでしょう。硬度 1 Hs でヤング率は 5% 差が出るので、58 Hs は 60 Hs 品のマイナス 10%、62 Hs 品はプラス 10%、すでに 20% 差が出るので、本当の製品硬度を確認する必要がある。

### 2) 真のヤング率

一般的にせん断弾性率は短冊で、また、伸びなどの試験はダンベルでいうように、そのほかディスクなどでヤング率を測定定義することがある。

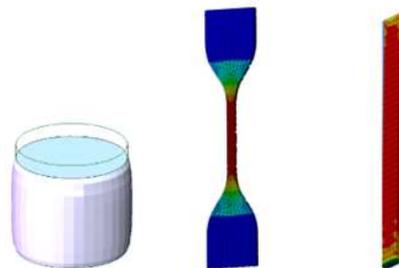


Fig.16 Shape of T.P.

しかし、同じ材料で作成したそれぞれテストピースでも、測定結果が同じヤング率になるとは限らない。これは形状率効果から見かけ上のヤング率が異なるため、意外に知られていない、実践されていない事実である。

(防振ゴム設計方法参照) また、  
防振ゴムの JIS 規格は、  
3 回目とされていますが、  
製品の特性規格が 1 回目  
なのに 3 回目のヤング率で  
解析している例をよく  
見かけます。

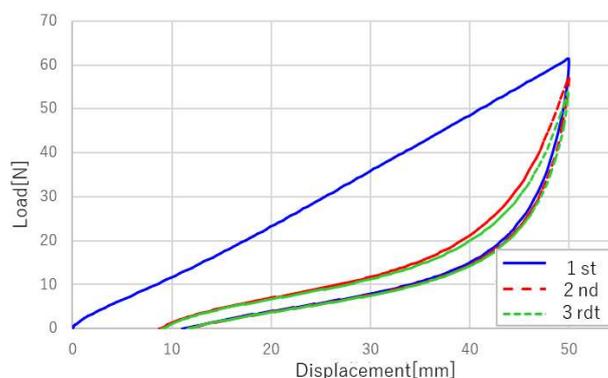


Fig.17 Three-times Stretch Characteristic Comparison of Straight Type T.P.  
更に、2, 3 回目はゼロ点に戻らずへたりが発生している。Fig.10 のデータは 50 mm 間チャックで 3 回伸張したデータであるが、10 mm 近くへたりのあるためひずみを求める自由長は 50 mm ではなく、約 60 mm で考える必要がある。

※ひずみは、変位 ÷ (自由長 + へたり) で処理する必要があるため、ヤング率はここで 20% 以上異なる。

### 3) その他の影響

解析精度の検証ではないので、そのほか考えられる影響は、寸法公差、摩擦、ゴムの履歴効果などがあげられる。例えば、寸法公差は 2 級が一般的で Fig.16 のディスク形状で考えて、 $\Phi 10 \text{ mm} \times$  高さ 15 mm 程度の形状を使いますが、小さい製品で寸法公差が大きく効いてくる。直径や高さが 3 mm 程度 (直径  $\Phi 3 \text{ mm} \times$  高さ 3 mm) の製品、公差は 0.3 mm 程度なので、断面積は +20%、高さはマイナス 10% 程度になり、理論上ばねはプラス 30% と簡単にずれる。本来、解析において測定した寸法のモデルを解析するべきだが、難しい場合、形状補正をして解析と実測を比較する必要がある。

## 7. まとめ

もともとヤング率を正確に測定するだけで、ある程度の解析での予測精度を保てるはず。さらに、二軸測定からひずみエネルギー密度関数、そのためにゴムのひずみエネルギー密度関数定義に必要な簡易二軸試験機を提案する。既に、製造して国内で数台使用して、ゴムの解析用データの構築が始まっている。従来型の4分の1以下の費用で構築可能で、また、既存の伸張試験機があれば、そこへアタッチメントとして装着することにより、さらに安価（10分の1程度）に使用が可能だ。また、従来型と同等の結果が得られることを解析により検証し、必要なデータを十分の定義できることも説明した。解析上の基本的な注意点とゴム材料を扱うための注意点踏まえて使用すれば、非常に有効な開発手段となる。

## 文献

- 1) S.Kawabata and H.Kawai, Strain Energy Density Function of Rubber Vulcanizate from Biaxial Extension, 機械学会誌 July 7. 1976
- 2) 坂口一彦氏/同志社大学 中川佳昭/同志社大学, 加硫SBRの有効変形解析, 日本機械学会論文集(A編) 51巻463号(昭60-3)
- 3) 小林卓也氏, 非線形構造解析技術の社会的普及に関する研究 Social Dissemination of Nonlinear Structural Simulation Technologies 岐阜大学 博士(工学)論文 学位授与番号:乙第75号 取得15-12-31